RÉPUBLIQUE TOGOLAISE

BAC 1 2026	MATHEMATIQUES	SERIE A4
Session normale	*Durée : 02 heures*	**Coefficient : 2**

EXERCICE 1 : 8 pts

Monsieur ABOU est un exploitant agricole qui fait régulièrement appel à une machine pour labourer ses champs. Cette année, le coût de location de cette machine est fixé à 30 000 francs pour le premier jour. Chaque jour supplémentaire est facturé 2 500 francs de plus que le jour précédent. À cela s'ajoute un frais unique de déplacement aller-retour de 3 000 francs.

Monsieur ABOU prévoit de louer la machine pendant 7 jours, mais il dispose seulement de 266 000 francs. Il cherche à savoir si ce budget est suffisant pour couvrir l'ensemble des frais de location sur cette durée, afin de labourer son champ rectangulaire de 700 m de longueur et 300 m de largeur, destiné à la culture du maïs.

Par ailleurs, souhaitant augmenter sa production cette année, Monsieur ABOU sollicite l'avis d'un technicien agricole. Après analyse du sol, celui-ci lui recommande d'agrandir son champ en augmentant chacune des dimensions du rectangle d'une même longueur x, de manière à obtenir un nouveau terrain rectangulaire dont l'aire serait de 2 625 ares.

M. ABOU souhaite alors déterminer la valeur exacte de x.

Donnée : 1 are = 100 m².

Consigne 1 *: A partir des calculs, vérifie si le budget dont dispose Monsieur ABOU est suffisant pour louer la machine de labour pendant 7 jours.*

Consigne 2 *: Détermine la valeur de x qui permettra à Monsieur ABOU d'obtenir un nouveau terrain rectangulaire dont l'aire serait de 2 625 ares.*

Grille de notation

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	$1{,}5pt$	$1{,}5pt$	$1{,}5pt$	0,5pt
Consigne 2	$1pt$	$0{,}75pt$	$0{,}75pt$	0,5pt

EXERCICE 2 : 6 pts

I. Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? 0,5pt× 2

1. Le nombre d'anagrammes du mot MATHS est 120.
2. La suite (u_n) définie par $u_n = 2^n$ est une suite arithmétique.

II. Choisis la bonne réponse : 0,5pt× 5

1. L'équation de la tangente à la courbe représentative C_f de la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$ au point d'abscisse $x_0 = 0$ est :
a. $y = 5x + 2$; b. $y = -5x + 2$; c. $y = -5x - 2$; d. $y = 5x - 2$.
2. La courbe représentative d'une fonction paire est symétrique par rapport à :
a. l'axe des abscisses ; b. la première bissectrice ; c. l'origine du repère ; d. l'axe des ordonnées.
3. Soit $P(x) = ax^2 + bx + c, (a, b\ et\ c\ des\ réels\ et\ a \neq 0)$ un polynôme du second degré de discriminant Δ. Si $a < 0$ et 5 est l'unique zéro de $P(x)$, alors :
a. $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) > 0$; b. $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) \leq 0$; c. $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) < 0$; d. $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) \geq 0$.
4. Si g est une fonction paire, alors pour tout réel $x \in \mathbb{R}$, $g(-x) + g(x)$ est égale à :
a. $g(x)$ b. 0 ; c. $2g(x)$; d. $-g(x)$.
5. L'ensemble des solutions de l'inéquation : $-x^2 - 2x - 3 < 0$ est :
a. $]-\infty\ ;\ -1[\cup]3\ ;+\infty[$; b. $]-1\ ;\ 3[$; c. $\emptyset$; d. $\mathbb{R}$.

TSVP

RÉPUBLIQUE TOGOLAISE

III. Remplace les lettres au niveau des pointillés par les expressions convenables : 0,5pt× 5

1. A et B étant deux ensembles finis, on a : $Card(A \cup B) = \ldots a \ldots$
2. La suite (v_n) de terme général $v_n = 2 - 3n$ est arithmétique de raison...b…
3. La …c… modale est la classe ayant le plus …d… effectif.
4. On tire simultanément 3 boules d'une urne contenant 10 boules indiscernables au touché. Le nombre de tirages possibles est…e….

EXERCICE 3 : 6pts

La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction homographique h.

1.a. Détermine l'ensemble de définition de h. **0,5pt**

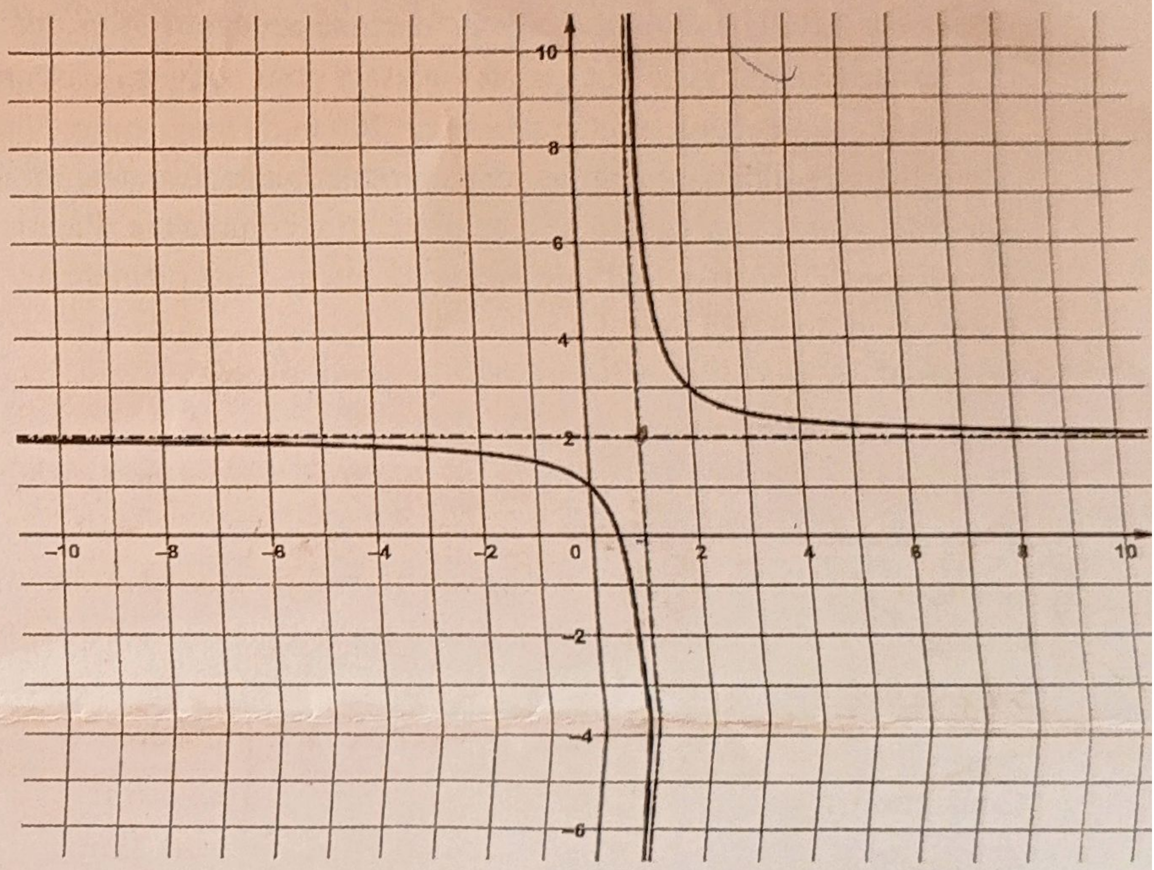
b. Précise les limites de h en $-\infty$ et en $+\infty$; à droite de 1 et à gauche de 1. **0,5 ptx4**

c. Déduis-en les équations des asymptotes à la courbe représentative de h. **0,5 ptx2**

2.a. Donne le sens de variation de h. **0,5pt**

b. Dresse le tableau de variation de h. **1 pt**

3. Détermine les coordonnées du centre de symétrie de C_h. **1 pt**



RÉPUBLIQUE TOGOLAISE

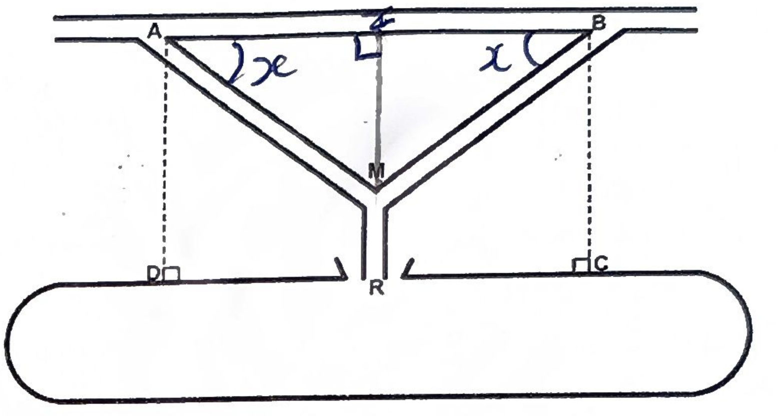
BAC 1 2026	MATHEMATIQUES	SERIE C4
Session normale	*Durée : 04 heures*	**Coefficient : 5**

EXERCICE 1 : 8pts

Monsieur EKUME, agriculteur vivant dans une zone montagneuse, cultive du maïs et du sorgho deux fois par an. En raison des difficultés d'approvisionnement en eau, particulièrement pendant la saison sèche, il décide d'installer un système de collecte d'eau de pluie le long d'un mur afin d'alimenter un grand réservoir.

Ce dispositif est constitué de deux tuyaux obliques de même longueur reliés à une gouttière et d'un tuyau vertical qui conduit l'eau vers le réservoir.

Sur la figure ci-contre, les segments [AM], [MB] et [MR] représentent les tuyaux du système.



On donne : $AB = 10\ m$; $AD = 6\ m$; $mes\widehat{BAM} = x$, $x \epsilon]0; \frac{\pi}{2}[$, $(AB) // (DC)$.

Monsieur EKUME souhaite déterminer la longueur totale minimale de tuyaux à acheter pour réaliser cette installation.

Son fils Kodjo, élève en classe de 1ᵉC, affirme que la longueur totale des tuyaux, exprimée en mètres, est donnée par la fonction f définie sur $]0; \frac{\pi}{2}[$ par $f(x) = \frac{6cosx - 5sinx + 10}{cosx}$.

Par ailleurs, soucieuses de ce problème d'eau, les autorités municipales envisagent la construction d'un barrage dans la localité. Ce projet nécessite la destruction d'une partie de la forêt sacrée et ne sera réalisé que si au moins 60 % des ménages y sont favorables.

Un sondage est alors effectué, et l'équipe technique constate que :

- le nombre p de ménages interrogés est égal au nombre d'entiers naturels à trois chiffres multiples de 2 ou de 3 ;
- le nombre q de ménages opposés au projet est égal au nombre d'entiers naturels à trois chiffres multiples à la fois de 2 et de 3.

Consigne 1 : Justifie l'expression de la fonction f proposée par Kodjo, puis détermine la longueur totale minimale des tuyaux que doit prévoir Monsieur EKUME.

Consigne 2 : À l'aide d'un raisonnement rigoureux, vérifie si les ménages sont favorables à la construction du barrage.

Barème

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne1	1,25pt	1,25pt	1pt	0,5pt
Consigne2	1,25pt	1,25pt	1pt	0,5pt

EXERCICE 2 :6pts

I. Choisis la ou les bonne(s) réponse(s) : 0,5pt ×6

1. Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$. Quel est l'ensemble de définition de la fonction φ de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $\varphi(x) = f[tan^2(x)]$?

a. $D_\varphi = \mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi\right\}$; b. $D_\varphi = \mathbb{R}$; c. $D_\varphi = \mathbb{R} - \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$; d. $D_\varphi = \mathbb{R} - \{k\pi\}$ $(k\epsilon\mathbb{Z})$.

2. Le parking d'un hôtel comprend sept places disponibles. Trois automobilistes se présentent au parking et doivent stationner au hasard l'un après l'autre. Chaque véhicule ne peut occuper qu'une seule place. Quel est le nombre de possibilités de disposer ces véhicules ?

a. C_7^3 ; b. A_7^3 ; c. 7^3 ; d. 210.

3. Si r_1 *est* une rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ et r_2 une rotation d'angle $\frac{2\pi}{5}$ alors $r_1 o r_2$ est une rotation d'angle

a. $\frac{11\pi}{15}$; b. $\frac{\pi}{15}$; c. $-\frac{19\pi}{15}$; d. aucune bonne réponse.

4. Soit $(x_i, y_i)_{1\leq i\leq 10}$ une série statistique à deux caractères. On appelle covariance de cette série statistique, le nombre réel noté $Cov(X, Y)$ tel que $Cov(X, Y) =$

a. $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i y_i + \bar{x}.\bar{y}$; b. $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$; c. $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \bar{x}.\bar{y}$; d. $\frac{1}{10}\left[\sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i \sum_{i=1}^{10} y_i\right]$

5. Soit $(\Delta)\begin{cases} x = 2t \\ y = 3 - 4t, \quad t\epsilon\mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$ et $(\Delta')\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 2t', \quad t'\epsilon\mathbb{R}. \\ z = 3t' + 4 \end{cases}$ Les droites (Δ) et (Δ') sont

a) parallèles ; b) sécantes ; c) orthogonales ; d) aucune bonne réponse.

6. La suite $(V_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ est une suite constante et non nulle. On a alors :

a. $V_n - V_0 = 0$; b. $\frac{V_3}{V_5} = 1$; c. $\frac{V_3}{V_5} = -1$; d. $V_4 + V_7 = 2V_1$.

II. Remplace les lettres au niveau des pointillés par les expressions convenables : 0,5pt ×6

1. Soit $f_\theta(x) = (\theta - 1)x^2 + (2\theta - 1)x + 2\theta - 1$ où θ est un paramètre réel et (C_θ) sa courbe représentative dans un repère. Si (C_θ) est une parabole alors (C_θ) admet un axe de symétrie d'équation :…a… et le sommet S_θ de cette parabole décrit la courbe d'équation : …b…

2. Soit $p(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ un polynôme de degré 3 où α, β, γ sont des réels donnés.
Si p admet trois racines m, q *et* r alors on a : $mr + mq + rq$ = …c…

3. Soit δ un entier naturel tel que $\delta = 23q + 1$ et $\delta = 17q + 13$. L'écriture en base 9 de δ est …d…

4. Soit (ɼ) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace vérifiant l'équation : $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 3x + 8y - 3z + 8 = 0$. (ɼ) est la…e… dont les éléments caractéristiques sont le centre de coordonnées …f… et de rayon…g…

EXERCICE 3 : 6pts

*Les parties **I** et **II** sont indépendantes.*

I. Dans le plan, on considère le triangle équilatéral ABC de coté a. On désigne par I le milieu du segment $[BC]$ et par O le centre de gravité du triangle ABC. Les points K et J sont tels que $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = 2\overrightarrow{AC}$.

1. Démontre que les points O, A et I sont alignés. 0,5pt
2. On désigne par G le barycentre des points $(A; -1)$, $(B; 2)$ et $(C; 2)$.
a. Calcule AG^2, BG^2 et CG^2 en fonction de a. 1pt
b. Démontre que le triangle AGC est rectangle en C. 0,5pt
3. On désigne par (d) l'ensemble des points M du plan tel que $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG} = a^2$.
a. Montre que le point A appartient à (d). 0,5pt
b. Détermine l'ensemble (d). 0,75pt

II. Soit h une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ et u un réel non nul tels que pour tout réel x appartenant à l'ensemble de définition D_h de h, le produit ux appartient à D_h et on a : $h(ux) - h\left(-\frac{1}{u}x\right) = \left(\frac{1+u^2}{u}\right)h(x)$. (A)

1. On suppose que h est une fonction rationnelle dont le dénominateur est un polynôme du premier degré.
a. Montre que $D_h = \mathbb{R} - \{0\}$. 0,5pt
b. Démontre que h est impaire. 0,5pt
c. Déduis-en que pour tout $x \in D_h$, $h'(x) + h'(-x) = 2h'(x)$. 0,5pt
2. On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{1}{x}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).
a. Montre que g vérifie la condition (A). 0,5pt
b. Démontre que (C) est symétrique par rapport à la droite : $y = -x$. 0,75pt

RÉPUBLIQUE TOGOLAISE

BAC 1 2026	MATHEMATIQUES	SERIE D4
Session normale	*Durée : 04 heures*	Coefficient : 3

EXERCICE 1 : 8 pts

Une entreprise de la place fabrique et commercialise des sachets de jus de fruits. Sa capacité journalière de production est comprise entre 200 et 500 sachets. Toute la production journalière est vendue.

Une étude faite par un cabinet d'expertise révèle que le bénéfice journalier, exprimé en milliers de francs, est modélisé par la fonction f définie sur $[2:5]$ par : $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 23$, où x est le nombre de centaines de sachets produits et vendus par jour.

Par ailleurs, la machine utilisée pour la production est devenue trop ancienne et devra être remplacée. Le coût de la nouvelle machine est de 930 000 francs. Ne disposant pas suffisamment d'argent pour l'acheter dans l'immédiat, le directeur de l'entreprise décide de placer une somme de 720 000 francs dans une banque pendant 5 ans, à un taux d'intérêt composé annuel de 5 %.

Le directeur souhaite savoir si, au terme des 5 années, le capital obtenu lui permettra d'acheter la nouvelle machine.

***Consigne 1** : Détermine le bénéfice maximal journalier tout en précisant le nombre de sachets de jus de fruits produits pour obtenir ce bénéfice.*

***Consigne 2** : Vérifie si le capital obtenu au bout de 5 ans, grâce au placement bancaire, est suffisant pour financer l'achat de la nouvelle machine.*

Grille de notation :

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,25pt	1,25pt	1pt	*0,5pt*
Consigne 2	1,25pt	1,25pt	1pt	*0,5pt*

EXERCICE 2 : 6pts

I. Choisis la ou les bonnes réponses : 0,5pt× 6

1. Les points M' et N' sont les images respectives des points M et N par l'homothétie h de centre O et de rapport k différent de 0 et de 1. On a :
a. $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$; b. $M'N' = kMN$; c. $\frac{1}{k}\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM}$; d. $k\overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM}$.

2. L'équation $x\epsilon\mathbb{R}$: $x^2 + (1-2m)x + m^2 - 1 = 0$ avec m un paramètre réel admet deux solutions distinctes lorsque : a. $m < \frac{1}{2}$; b. $m < \frac{5}{4}$; c. $m\epsilon \left]\frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right[$; d. $m > \frac{5}{4}$.

3. Quel est l'ensemble solution de l'inéquation (I): $\sqrt{x^2 - 4x + 1} \geq x + 4$?
a. $\left[\frac{-5}{4}; +\infty\right[$; b. $\left]-4; -\frac{5}{4}\right]$; c. $\left]-\infty; -\frac{5}{4}\right]$; d.$\left]-\infty; \frac{-5}{4}\right[$.

4. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction $g: x \to -x^3 + x^2 - 1$ au point d'abscisse 1 est : a. $y = x + 1$; b. $2y + 2x = 0$; c. $y = x$; d. $y = -x$.

5. On considère le triangle équilatéral ABC.
f est l'isométrie définie par $f(A) = A, f(B) = C$ et $f(C) = B$.
f est une : a. rotation ; b. translation ; c. symétrie centrale ; d. symétrie orthogonale.

6. Soient f et g deux fonctions définies sur R par $f(x) = x - 3$ et $g(x) = \frac{1}{x+2}$. Quel est l'ensemble de définition de la fonction gof ?
a. $\mathbb{R}\backslash\{1\}$; b. $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$; c. $\mathbb{R}\backslash\{-2; 3\}$; d. $\mathbb{R}$.

TSVP

RÉPUBLIQUE TOGOLAISE

II. Remplace les lettres au niveau des pointillés par les expressions convenables.

1. Dans une classe de première D de 30 élèves, le nombre de groupes de trois membres qu'on peut former est de…a… **0,5pt**

2. L'ensemble solution dans $]-\pi;\pi]$de l'équation (E): $cos^2x - 3\cos x + 2 = 0$ est…b… **1pt**

3. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 5$ a pour axe de symétrie la droite d'équation…c… **0,5pt**

4. Le point moyen du nuage de points associé à une série statistique double $(x_i;\ y_j)$ est le point de coordonnées …d… **0,5pt**

5. Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on considère le cercle $(C) : x^2 + y^2 - 8x + 12y = 0$. Une équation de la tangente à (C) passant par O est …e… **0,5pt**

EXERCICE 3 : 6pts

Les parties I et II sont indépendantes.

I. ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 4$ et $BC = 3$. On désigne par D le barycentre du système $\{(A,1);(B,-1);(C,1)\}$.

Soit F l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe le point M' tel que :

$\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MM'}$.

1.1. Justifie que F ne peut pas être une translation. **0,5pt**

1.2. Montre que $\overrightarrow{DM'} = 2\overrightarrow{DM}$. **0,5pt**

1.3. Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de F. **0,75pt**

2.1. Démontre que ABCD est un parallélogramme. **0,75pt**

2.2. Détermine puis construis l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que : $AM^2 - BM^2 + CM^2 = 9$. **0,75pt+0,25pt**

II. Les données du tableau ci-dessous définissent une série statistique double de caractère $(x;y)$.

x_i	5	10	6	12	12	10	15	16
y_i	1,5	2	1,5	3	2,5	2,5	4	3,5

1.1. Dans un repère orthogonal du plan, représente le nuage de points associé à cette série statistique. **0,75pt**

1.2. Détermine les coordonnées du point moyen G de ce nuage et place-le dans le repère. **0,5pt + 0,25pt**

2. Calcule le coefficient de corrélation linéaire de la série. **1pt**