

DRE GRAND LOME	COMPOSITION REGIONALE DU 1 ^{er} SEMESTRE	CLASSE : 1 D
Janvier 2026	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Durée : 4 h Coef : 3

EXERCICE 1 : (08 points)

Après ses études en production animale, Edoh le jeune diplômé décide de se lancer dans l'entrepreneuriat. Il fait le projet de l'élevage des lapins de chair destinés à la consommation dans des hôtels. Les lapins consomment quotidiennement deux types d'aliments A et B dont la production sera assurée par deux groupes d'ouvriers qui seront employés par Edoh. Le groupe 1 peut travailler au maximum 240 heures par mois et le groupe 2 peut travailler au maximum 250 heures par mois. Pour fabriquer un sac d'aliment du type A , le groupe 1 va travailler durant une heure et le groupe 2 durant deux heures. Pour fabriquer un sac d'aliment du type B , le groupe 1 va travailler durant trois heures et le groupe 2 va travailler durant une heure. La production d'un sac d'aliment du type A coûte 8000 F et celle d'un sac d'aliment du type B coûte 12 000 F . Un lapin consomme en moyenne 1 200 F de nourritures par mois. Après trois mois les lapins auront un poids d'abattage d'environ 2,4 kg.

Par ailleurs le terrain réservé pour ce projet a une forme polygonale. Les sommets de ce polygone sont les points images des solutions dans $[0; 2\pi[$ de l'équation $(E): 4\sin^2(x) + 2(\sqrt{3} - 1)\sin(x) - \sqrt{3} = 0$.

Consigne 1 : Déterminer le nombre maximal de lapins que Edoh peut élever.

Consigne 2 : Déterminer l'aire du domaine réservé pour l'élevage des lapins.

Grille de notation

Consignes	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1.5 pt	1.25 pt	1 pt	0,75 pt
Consigne 2	1.5 pt	1pt	1 pt	

EXERCICE 2 : (06 points)

PARTIE A : Répondre par Vrai si l'affirmation est vraie, ou Faux sinon. (0,25 pt x 2)

- Si une fonction est bijective, alors elle est injective.
- L'équation $\sin(x) = \frac{3}{2}$ a au moins une solution dans $[0; 2\pi[$.

PARTIE B : Complète, sans recopier le texte, les pointillés suivants par les expressions convenables.

- Une fonction f est une si l'ensemble de départ et l'ensemble de définition de f coïncident. 0,25 pt
- Deux nombres réels ont pour somme S et pour produit P si et seulement si, ils sont solutions de l'équation $x \in \mathbb{R}$, 0,25 pt
- Soit f une application de E vers F . On dit que f est une si chaque élément de l'ensemble d'arrivée F admet au plus un antécédent par f . 0,25 pt
- Soient $(\hat{a})$ et $(\hat{b})$ deux angles orientés de mesures respectives $x = 2\pi$ et $y = \frac{-\pi}{4}$. La mesure principale de $(\hat{a}) + (\hat{b})$ est 0,25 pt
- Soit h l'homothétie de rapport $k = -2$, de centre Ω ; M et M' deux points du plan. $h(M) = M'$ équivaut à 0,25 pt
- Si $G = \text{bar}\{(A, \alpha), (B, \beta)\}$ tel que $\alpha + \beta = 1$ et $\overrightarrow{BG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$, alors $\alpha = \dots\dots\dots$ et $\beta = \dots\dots\dots$ 0,5 pt
- Soient les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par $f(x) = \sqrt{-x+3}$ et $g(x) = \frac{x-2}{1+x}$. L'ensemble de définition de $f \circ g$ est $D_{f \circ g} = \dots\dots\dots$ 0,75 pt

PARTIE C : Choisir la bonne réponse parmi celles qui sont proposées.

- $ABCD$ est un carré direct. $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA})$ est égal à
a) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ b) $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC})$ c) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$ d) $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{AB})$. 0,5 pt
- L'ensemble solution de l'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $\sqrt{x^2 - 2x} \leq -x + 1$ est
a) $] -\infty; -2] \cup [2; 4[$ b) $] -\infty; -2]$ c) $[2; +\infty[$ d) aucune bonne réponse. 0,5 pt
- L'application $f:]-\infty; -1] \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto -(x+1)^2 - 1$ est
a) injective b) surjective c) bijective d) aucune bonne réponse. 0,5 pt
- Soit le polynôme défini par $P(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2 + 1$ où m est un paramètre réel. L'ensemble des valeurs de m pour que P admette deux racines distinctes est :
a) $] \frac{3}{4}; +\infty[$ b) $] -\infty; \frac{3}{4}[$ c) $] 3; +\infty[$ d) $] \frac{3}{4}; 3[$. 0,5 pt

5. Le point G_m est barycentre du système de points pondérés $\{(A, -3m), (B, -2), (C, 2m^2)\}$ pour tout réel m appartenant à

- a) $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}; -2\right\}$ b) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$ c) $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}; -2\right\}$ d) $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$. 0,5 pt

6. L'ensemble solution dans $\mathbb{R}^2$ du système $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$ est

- a) $\{(1; 2), (2; -1), (-2; -1), (1; -2)\}$ b) $\{(1; 1), (2; 1), (-2; 2), (-2; -2)\}$
 c) $\{(1; 2), (-2; -1), (2; 2), (-1; -2)\}$ d) $\{(2; 1), (1; 2), (-1; -2), (-2; -1)\}$. 0,5 pt

EXERCICE 3: (06 points)

I) ABC est un triangle équilatéral de centre I et de côté $AB = a$ avec $a > 0$.

- Déterminer et construire l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MC} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = -MC^2$. 0,75 pt+0,25 pt
- Soit f l'application du plan P dans $\mathbb{R}$ définie par $f(M) = 2MA^2 + MB^2 + MC^2$.
 - Calculer $f(A)$, $f(B)$ et $f(C)$. 0,25 pt x 3
 - Déterminer et construire le barycentre G du système $\{(A; 2); (B; 1); (C; 1)\}$. 0,25 pt x 2
 - Calculer les distances AG^2 , BG^2 et CG^2 . 0,5 pt x 3
- Déterminer et construire l'ensemble (E_2) des points M du plan tels que $f(M) = 3a^2$. 0,5 pt+0,25 pt

II) Soit h l'homothétie d'expression analytique $\begin{cases} x' = 2x + 8 \\ y' = 2y - 4 \end{cases}$ et h' l'homothétie de centre $A(-8, 4)$ et de rapport 4.

- Déterminer les éléments caractéristiques de h et l'expression analytique de h' . 0,5 pt
- Déterminer l'expression analytique de $h \circ h'$. 0,5 pt
- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $h \circ h'$. 0,5 pt

EXERCICE 1 (8 pts)

Consigne 1

Déterminons le nombre maximal de lapins que Edoh peut élever

Soit x le nombre de sacs d'aliments du type A et y le nombre de sacs d'aliments du type B produits dans un mois.

Nous traduisons les contraintes de l'énoncé par le système :

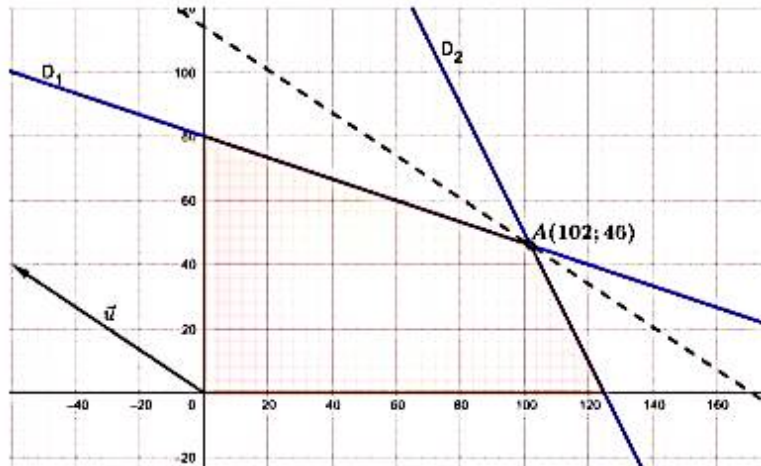
$$\begin{cases} x + 3y \leq 240 \\ 2x + y \leq 250 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (S)$$

La dépense pour la production de x sacs de type A et de y sacs de type B est : $d = 8000x + 12000y$

Réolvons graphiquement (S) dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Soit $D_1: x + 3y = 240$, $D_2: 2x + y = 250$. La représentation graphique de la dépense est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-60; 40)$.

On obtient :



Soit $X = \sin x$. (E) $\Leftrightarrow 4X^2 + 2(\sqrt{3} - 1)X - \sqrt{3} = 0$

Graphiquement l'ensemble solution de (S) est la partie coloriée du plan.

Graphiquement la dépense maximale pour la nourriture des lapins dans le mois est obtenue pour la production de 102 sacs du type A et 46 sacs de type B. Cette dépense est :

$$d = 102 \times 8000 F + 46 \times 12000 F = 1\,368\,000 F$$

Le nombre maximal de lapins que Edoh peut élever est : $\frac{1\,368\,000 F}{12000 F} = 1\,140$

Edoh peut élever au maximum 1 140 lapins

Consigne 2

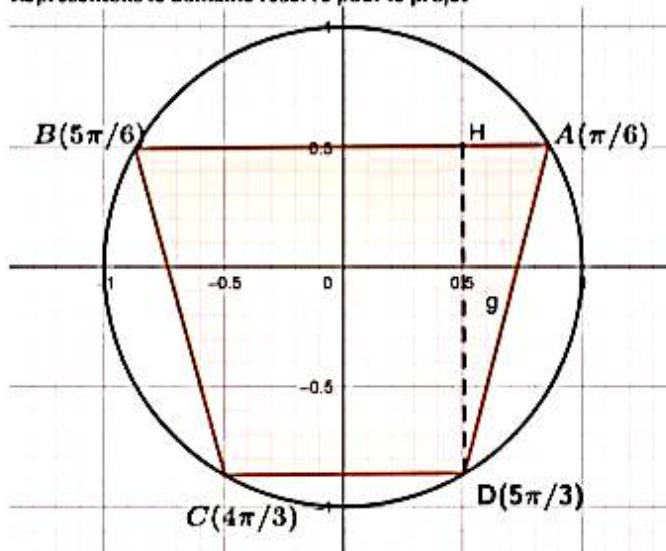
Déterminons l'aire du domaine réservé pour le projet

- Réolvons dans $[0; 2\pi[$ l'équation (E): $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{3} - 1)\sin(x) - \sqrt{3} = 0$

$$\Delta' = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2; X_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ et } X_2 = \frac{1}{2}$$

$$X_1 = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} \text{ ou } x = \frac{5\pi}{3}; X_2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ ou } x = \frac{5\pi}{6}$$

- Représentons le domaine réservé pour le projet



Le domaine réservé pour le projet est le domaine délimité par le trapèze ABCD

- Calculons l'aire de ce domaine

Soit $\mathcal{A}$ cette aire en unité d'aire. On a : $\mathcal{A} = \frac{(AB+CD) \times DH}{2}$

$$\frac{(\sqrt{3}+1) \times (\frac{\sqrt{3}}{2} + 0.5)}{2} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{4} = \frac{2+\sqrt{3}}{2}; \mathcal{A} = 1,866$$

L'aire (en unité d'aire) du domaine réservé pour le projet est : $\mathcal{A} = 1,866$

Grille de correction

Critères	Indicateurs	Consigne 1		Consigne 2	
		Niveaux de performance	Barèmes	Niveaux de performance	Barèmes
Pertinence Consigne 1 : 1,5pt Consigne 2 : 1,5pt	Adéquation avec le support : données et contraintes identifiées	Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées : Utilise les données : 1heure, 2heures, 3heures, 240h/mois, 250h/mois ; 8000F ;	1,5pt	Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées : Utilise les données suivantes : L'équation (E): $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{3} - 1)\sin(x) - \sqrt{3} = 0, x \in [0; 2\pi[$ pour	1,5pt

	- Adéquation avec la consigne : (compréhension de la consigne) - Justesse de la réponse au regard de la consigne	12000F ; 1200 F ; 2,4 Kg pour établir le système de contraintes en vue de déterminer le nombre maximal de lapins - La consigne est comprise : - Traduits ces données et contraintes en des relations mathématiques - Détermine le nombre de sacs de chaque type d'aliment et le nombre maximal de lapins que Edoh peut élever - Le résultat produit est juste au regard de la consigne : Edoh peut élever au maximum 1 140 lapins - Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; - La consigne est comprise ; - Le résultat produit comporte des insuffisances au regard de la consigne - Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; - La consigne est comprise ;		déterminer les sommets du polygone (domaine réservé pour l'élevage des lapins) et son aire - La consigne est comprise : - Résoudre l'équation (E) dans l'intervalle $[0; 2\pi[$ - Détermine l'aire réservée pour l'élevage des lapins - Le résultat produit est juste au regard de la consigne : L'aire (en unités d'aire) du domaine réservé pour le projet est 1,866 - Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; - La consigne est comprise ; - Le résultat produit comporte des insuffisances au regard de la consigne - Les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées ; - La consigne est comprise ;	
		La consigne est comprise ;	1pt	La consigne est comprise ;	1pt
		La consigne est comprise ;	0,5pt	La consigne est comprise ;	0,5pt

		Le résultat produit n'est pas juste au regard de la consigne		Le résultat produit n'est pas juste au regard de la consigne	
		Seules les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées	0,25pt	Seules les données utiles sont sélectionnées et les contraintes identifiées	0,25pt
		Aucun indicateur n'est présent	0	Aucun indicateur n'est présent	0
Correction Consigne 1 : 1,25pt Consigne 2 : 1pt	- Adéquation des outils et concepts avec la situation - Respect des étapes de l'utilisation des outils	- Les outils/concepts utilisés sont en adéquation avec la situation : Utilise correctement la méthode de résolution d'une programmation linéaire - Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/concepts : - Traduction des contraintes en système d'inéquations - Résolution graphique du système de contraintes - Détermination graphique du nombre de sacs de chaque type d'aliment à fabriquer pour avoir le nombre maximal de lapins	1,25pt	Les outils/concepts utilisés sont en adéquation avec la situation : Utilise correctement : - les opérations (addition, soustraction et multiplication) - les méthodes de résolution d'équation du second degré et d'équation trigonométrique - la propriété de calcul d'aire d'un trapèze - les méthodes de détermination des coordonnées des points sur le cercle trigonométrique Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/concepts : - Résolution de l'équation trigonométrique - Représentation des points images sur le cercle trigonométrique - Détermination des coordonnées des sommets du polygone - Calcul de l'aire du polygone obtenu	1pt

	Justesse des résultats obtenus au regard des outils et concepts utilisés	Détermination du nombre maximal de lapins à élever - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés : La résolution graphique du système de contraintes et les calculs effectués sont justes au regard des outils utilisés		Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés : Dans la détermination de l'aire du domaine, les différents calculs effectués sont justes au regard des outils utilisés	
		- Certains outils/concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation - Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/concepts - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés	0,75pt	- Certains outils/concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation - Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/concepts - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés	0,75pt
		- Les outils/concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation - Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/concepts - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés	0,5pt	- Les outils/concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation - Les différentes étapes sont respectées dans l'utilisation des outils/concepts - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés	0,5pt

Cohérence Consigne 1 : 1pt Consigne 2 : 1pt	- Bon enchaînement des étapes de la démarche - Conformité des résultats et conclusions à la démarche	- Les outils/concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation - Les différentes étapes ne sont pas respectées dans l'utilisation des outils/concepts - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés	0,25pt	- Les outils/concepts utilisés ne sont pas en adéquation avec la situation - Les différentes étapes ne sont pas respectées dans l'utilisation des outils/concepts - Les résultats obtenus sont justes au regard des outils et concepts utilisés	0,25pt
		Aucun indicateur n'est présent	0	Aucun indicateur n'est présent	0
		- Une démarche est engagée et clairement identifiée : Utilisation de la programmation linéaire - Les étapes de la démarche sont bien enchaînées Les étapes de la détermination du nombre maximal de lapins à élever sont bien enchaînées - Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche : Les résultats trouvés sont conformes à la démarche adoptée (conclusion tirée est conforme aux résultats trouvés)	1pt	- Une démarche est engagée et clairement identifiée : Utilisation de la méthode de résolution d'une équation trigonométrique du second degré - Les étapes de la démarche sont bien enchaînées Les différentes étapes intervenant dans le calcul de l'aire sont bien enchaînées - Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche : Les résultats trouvés sont conformes à la démarche adoptée (conclusion tirée est conforme aux résultats trouvés)	

		conforme aux résultats trouvés)			
		- Une démarche est engagée et clairement identifiée - Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchainées - Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche	0,5pt	- Une démarche est engagée et clairement identifiée - Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchainées - Les résultats et conclusions sont conformes à la démarche	0,5pt
		- Une démarche est engagée et clairement identifiée pour établir que - Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchainées - Les résultats et conclusions ne sont pas conformes à la démarche	0,25pt	- Une démarche est engagée et clairement identifiée - Les étapes de la démarche ne sont pas très bien enchainées - Les résultats et conclusions ne sont pas conformes à la démarche	0,25pt
		Aucun indicateur n'est présent	0	Aucun indicateur n'est présent	0
Perfectionnement	▪ Le problème est entièrement résolu	L'apprenant parvient à une conclusion	0,25pt	L'apprenant parvient à une conclusion	0,25pt
	▪ La production est-elle bien présentée ?	Ecriture lisible, Expressions correctes		Ecriture lisible, Expressions correctes	0,25pt

Exercice 2 (6 points)

Partie A 1. Vrai 0,25 pt 2. Faux 0,25 pt

Partie B

1. application 0,25 pt 2. $x^2 - 5x + P = 0$ 0,25 pt 3. injection 0,25 pt 4. $-\frac{\pi}{4}$ 0,25 p
5. $\overrightarrow{DM'} = -2\overrightarrow{DM}$ 0,25 pt 6. $\alpha = -\frac{2}{3}, \beta = \frac{5}{3}$ 0,25 pt x 2 7. $] -\infty; -\frac{5}{2}] \cup [-1; +\infty[$ 0,75 pt

Partie C 0,5 x 6 pts

1. b 2. d 3. a 4. a 5. d 6. d

Exercice 3 (6 points)

D) Triangle équilatéral ABC de côté $a > 0$, centre I

1. Détermination de l'ensemble (E_1) défini par $\overrightarrow{MC} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = -MC^2$.

On a : $\overrightarrow{MC} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = -MC^2 \Rightarrow \overrightarrow{MC} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ 0,25 pt

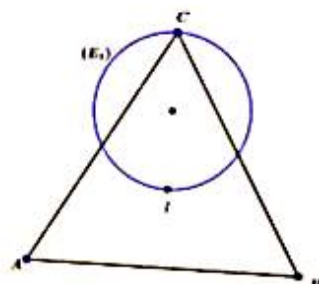
I étant le centre de gravité du triangle ABC, l'équation devient :

$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MI} = 0$, car $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}$ 0,25 pt

$\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MI} = 0$ signifie que M appartient au cercle de diamètre [IC].

Conclusion : (E_1) est le cercle de diamètre [IC]. 0,25 pt

Construction : 0,25 pt



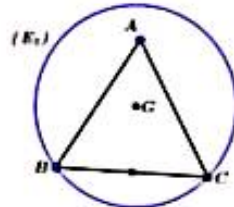
2. a) Calculs $f(A) = 2a^2, f(B) = 3a^2, f(C) = 3a^2$ **0,25 pt x 3**

2. b) Barycentre G du système $\{(A; 2); (B; 1); (C; 1)\}$

Soit J le milieu de $[BC]$. On a alors $G = \text{bar}((A; 2); (J; 2))$ d'après la propriété du barycentre partiel

Donc G est le milieu de $[AJ]$. **0,25 pt**

Construction de G : voir figure ci-dessous. **0,25 pt**



c) Distances

G est le milieu de $[AJ]$, donc $\overline{AG} = \frac{1}{2}\overline{AJ}$ **0,25 pt** et par suite $AG^2 = \frac{1}{4}AJ^2 = \frac{1}{4}(AB^2 - \frac{BC^2}{4})$; $AG^2 = \frac{3}{16}a^2$ **0,25 pt**

G est sur la médiatrice de $[BC]$, alors $GB=GC$. **0,25 pt**

On a : $GB^2 = (\frac{AJ}{2})^2 + (\frac{BC}{2})^2 = \frac{3a^2}{16} + \frac{a^2}{4} = \frac{7a^2}{16}$ **0,25 pt** Donc $GB^2 = GC^2 = \frac{7a^2}{16}$ **0,25 pt**

3. Ensemble (E_2)

On a : $f(M) = 4MG^2 + 2GA^2 + GB^2 + GC^2$. **0,25 pt**

Comme $2GA^2 + GB^2 + GC^2 = 2(\frac{3}{16}a^2) + 2(\frac{7}{16}a^2) = \frac{6+14}{16}a^2 = \frac{20}{16}a^2 = \frac{5}{4}a^2$, donc $f(M) = 4MG^2 + \frac{5}{4}a^2$. Ainsi $f(M) = 3a^2 \Leftrightarrow 4MG^2 + \frac{5}{4}a^2 = 3a^2 \Leftrightarrow 4MG^2 = \frac{7}{4}a^2 \Leftrightarrow MG^2 = \frac{7}{16}a^2 \Leftrightarrow MG = \frac{\sqrt{7}}{4}a = GB$. **0,25 pt**

Conclusion : (E_2) est le cercle de centre G et de rayon $R = BG$. **0,25 pt**

Construction : voir figure précédente **0,25 pt**

II) Homothéties

1. L'homothétie h a pour centre $A(-8; 4)$ et de rapport $k = 2$.

Expression analytique de h' (centre A , rapport 4) est : $\begin{cases} x' = 4x + 24 \\ y' = 4y - 12 \end{cases}$ **0,5 pt**

2. L'expression analytique de $h \circ h'$

L'expression analytique de $h \circ h'$ est obtenue en appliquant h à l'image par h' :

$h \circ h' : \begin{cases} x'' = 2(x') + 8 \\ y'' = 2(y') - 4 \end{cases}$ (car $A(-8; 4)$ est le centre de h)

$\begin{cases} x'' = 2(4x + 24) + 8 = 8x + 48 + 8 \\ y'' = 2(4y - 12) - 4 = 8y - 24 - 4 \end{cases}$ **0,25 pt** donc : $\begin{cases} x'' = 8x + 56 \\ y'' = 8y - 28 \end{cases}$ **0,25 pt**

3. Nature de $h \circ h'$

$h \circ h'$ est l'homothétie de rapport $k = 8$ et de centre $A'(x_0, y_0)$ tel que : $x_0 = \frac{56}{1-8} = \frac{56}{-7} = -8$ et

$y_0 = \frac{-28}{1-8} = \frac{-28}{-7} = 4$. Donc $h \circ h'$ est l'homothétie de centre $A(-8; 4)$ et de rapport 8. **0,25 x 2 pt**