



REPUBLIQUE TOGOLAISE

Travail-Liberté-Patrie



SYN.EN.TO.M.SPT

Fiches Pédagogiques

MATH 3^{ème}

Août 2022

LISTE DES PARTICIPANTS

Noms et prénoms	Leçon élaborée	Etablissement	Contact
AWESSO Manzamasso	Chef du groupe	CPL Dieudonné	97585897
DAWANOU Comlan Houéssou	Rapporteur du groupe	CS GLORIA	90617290
ATOGOE Amèvi	- Monômes, polynômes, fractions rationnelles - Coordonnées et calculs dans un repère	CEG Bafilo ville	90960090
GNONEI Essosolim	Propriété de Thalès	CEG Baguida	92268690
ISSIFOU Samsidini	Nombres réels : racines carrées, comparaison et intervalles	CSJ-ZONGO	91723354
BLEWUSSI Dotse	- Nombres réels : intervalle - Equations de droites	CEG POUDE	92999098
TCHAGODOMOU Ganiou	Trigonométrie dans le triangle rectangle	CPL LA SORBONNE	90361349
GOUATE Tilate	Vecteurs	IP Brungar-Niantougou	93391636
TIWA Koffi Moise	Equations – Inéquations dans IR	CEG Mango ville 1	93176367
DOUTI Lardja	- Pyramide, cône de révolution - Applications linéaires, applications affines	CEG Koukdagou	70346222
TEVI K. Holali	Equations – Inéquations dans IRxIR	CPL MELA	91520744
ATAKORA Moise	Angles inscrits dans un cercle	CS LES VICTORIEUX	70184448
KOUDRI Yawo	- Statistiques - Symétries orthogonales, symétries centrales, translations	CS Stella Matutina	91535753
DJOFOK DOUBIK Banléman	Homothétie	CEG ASSAHOUN 2	90496874
TOUZA WALLA Essonètètou	- Intégration semaine 8 - Symétries orthogonales, symétries centrales, translations	Lycée Tchitchao (IESG Kara)	92064923
Coordonnateur : DZALLO Komla 90 15 70 82			

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom</u> : <u>Prénom (s)</u> : <u>Etablissement</u> : <u>Classe</u> : 3 ^E <u>Effectif</u> :	<u>Année scolaire</u> : 2022-2023 <u>Fiche</u> : <u>Durée</u> : Du au <u>Spécialité</u> : ALGEBRE <u>Contact (s)</u> :
--	--

Compétence 2: résoudre des problèmes faisant appel aux nombres entiers naturels, aux fractions, aux nombres décimaux relatifs, aux puissances et calcul littéral.

Thème 2: PROGRAMME DE CALCUL-CALCUL LITTÉRAL

Leçon : MONÔMES, POLYNÔMES ET FRACTIONS RATIONNELLES

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis :

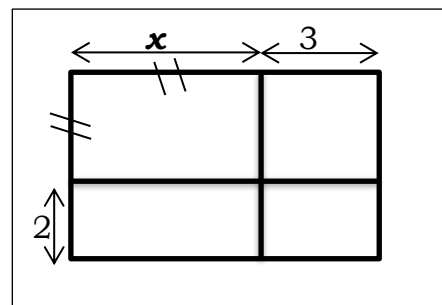
Situation problème :

Le vieux AGBODOGLO possède un terrain rectangulaire formé de 4 lots collés dans la localité de KPAKPALAKPENOU (un village de la préfecture de Bas-Mono) comme l'indique la figure ci-contre. (x est un entier naturel plus grand que 5)

Il désire donner la même surface cultivable de son terrain en héritage à chacun de ses fils et petits-fils dont le nombre est la différence entre le carré de la largeur du terrain et 1.

Ainsi, il demande à son frère KODZOGAN de lui trouver l'expression réduite de l'aire qui revient à chaque héritier mais ce dernier s'embrouille dans ses calculs.

En tant qu'élève de 3^E disposant de certaines ressources en Mathématiques, aide KODZOGAN à satisfaire son frère.



Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1. Complète : $a^2 - b^2 = (\dots)(\dots)$ 2. Soit x un nombre positif. Par quoi peut-on simplifier la fraction : $\frac{(x+3)(x+2)}{(x+2)(x+1)}$?	1. Complète : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 2. La fraction est simplifiable par le facteur $(x + 2)$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le texte de la situation problème ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par la situation problème ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Partage équitable de terrain entre les héritiers ; nombre d'héritiers = carré de la largeur diminué de 1 3) Expression littérale de la part de chaque héritier

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Aire du terrain :

$$A = (x + 3)(x + 2)$$

Nombre d'héritiers :

$$N = (x + 2)^2 - 1$$

$$= (x + 2 - 1)(x + 2 + 1)$$

$$N = (x + 3)(x + 1)$$

Aire pour chaque héritier:

$$H = \frac{(x + 3)(x + 2)}{(x + 3)(x + 1)}$$

$$H = \frac{(x + 2)}{(x + 1)}$$

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème après avoir fait le contrôle de présence	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I / Capacités 1 : reconnaître

1) Monômes

Définition : un monôme est une expression littérale de la forme ax^n où a est un nombre réel appelé coefficient ou constante, x la variable ou une inconnue et n un nombre entier naturel.

Exemple : $3x^2$ est un monôme de degré 2 et de coefficient 3, 5 est un monôme de degré 0.

2) Polynômes

Définition : un polynôme est la somme de plusieurs monômes. Il est sous la forme $ax^n + bx^m + cx^p + \dots$

Le degré d'un polynôme est celui de son monôme qui a le plus haut degré.

Exemple : $x^2 + 4x + 4$ est un polynôme de degré 2.

3) Fractions rationnelles

Définition : une fraction rationnelle est le quotient de deux polynômes. Elle s'écrit sous la forme $\frac{f(x)}{g(x)}$ où $f(x)$ est un polynôme et $g(x)$ aussi polynôme différent de zéro.

Exemple : $F = \frac{x^2 + 4x + 4}{(x+2)(x+1)}$

EXERCICE D'INTEGRATION

1) On donne les expressions suivantes: $4x^2 - 1$; $\frac{2x+1}{x-3}$; 5.

Laquelle est:

- a) un monôme?
- b) un polynôme? Précise son degré
- c) une fraction rationnelle ?.

2) Réponds par vrai ou faux

- a) $x+2$ est une fraction rationnelle
- b) un polynôme regroupe plusieurs monômes

RESOLUTION

- a) monôme 5
- b) polynôme $4x^2 - 1$. Son degré est 2
- c) fraction rationnelle : $\frac{2x+1}{x-3}$.

2

) vrai ou faux

- a) faux b) vrai

Exercice de maison

BASSAM trouve sur le chemin de l'école un papier sur lequel il y a la question suivante : Donne deux exemples de monômes, de polynômes et de fractions rationnelles. Il vous demande des coups de mains. Aidez-le

Séance 3

<i>Activités du professeur</i>	<i>Activités de l'élève</i>
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II/ Calculer/ JUSTIFIER

1) Développement, factorisation et réduction d'un polynôme

Les égalités remarquables

Les formes Factorisée $\left\{ \begin{array}{l} (a+b)(a+b) = a^2+2ab+b^2 \\ (a-b)(a-b) = a^2-2ab+b^2 \\ (a-b)(a+b) = a^2-b^2 \end{array} \right\}$ les formes développées

2) Condition d'existence d'une valeur numérique d'une fraction rationnelle

La fraction rationnelle $K = \frac{f}{g}$ existe si et seulement si son dénominateur est non nul, c'est-à-dire $g \neq 0$.

EXERCICE D'INTEGRATION

1) Factorise $A=x^2+6x+9$; $B=X^2-25$ et $C=x^2-4+(x-2)(x+1)$

2) Développe $D=(x+3)(2x-1)+x^2-9$

3) Quelle est la condition d'existence de la fraction rationnelle $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$?

RESOLUTION

1) Factorisons : $A=x^2+6x+9 = (x+3)(x+3)$; $B= X^2-25=(x-5)(x+5)$;

$C= x^2-4+(x-2)(x+1)$
 $= (x-2)(x+2) + (x-2)(x+1)$
 $= (x-2)[(x+2) + (x+1)]$

$C = (x-2)(2x+3)$

2) Développons: $D = (x+3)(2x-1) + x^2 - 9$
 $= 2x^2 + 5x - 3 + x^2 - 9$
 $D = 3x^2 + 5x - 12$

3) Condition d'existence: $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$

F existe si et seulement si $(x+2)(x-1) \neq 0$
 $(x+2) \neq 0$ et $(x-1) \neq 0$
 $x \neq -2$ et $x \neq 1$

F existe si $x \neq -2$ et $x \neq 1$

EXERCICE DE MAISON

CIAM P 124exo n°2.c, P123 n°2.b et P127 n°3.a

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

3) Simplification d'une fraction rationnelle

Pour simplifier une fraction rationnelle, on procède comme suit :

- on factorise le numérateur et le dénominateur
- on détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de cette fraction rationnelle
- on simplifie la fraction rationnelle par chacun des facteurs communs figurant au numérateur et au dénominateur
- on écrit la forme simplifiée de la fraction rationnelle précédée de sa condition d'existence

Exercice d'intégration

Simplifie $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$

Correction

simplifions $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$

F existe si $x \neq -2$ et $x \neq 1$, $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$ $F = \frac{x-3}{x-1}$

Pour $x \neq -2$ et $x \neq 1$, $F = \frac{x-3}{x-1}$

Exercice de maison

CIAM P 129exo n°14

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

4) Valeur numérique d'une fraction rationnelle

Pour calculer la valeur numérique d'une fraction rationnelle, on remplace l'inconnue x par sa valeur dans la forme simplifiée.

Exercice d'intégration

Calcule la valeur numérique de la fraction rationnelle $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$ pour $x=2$.

Résolution

Calculons la valeur numérique de $F = \frac{(x+2)(x-3)}{(x+2)(x-1)}$

Pour $x \neq -2$ et $x \neq 1$, $F = \frac{x-3}{x-1}$

$$F = \frac{x-3}{x-1} \quad F = \frac{2-3}{2-1} \quad F = -1$$

EVALUATION FINALE

1) On donne $A = x^2 + 2x + 1 + (x+1)(x+2)$ et $B = (3x-1)(x+1) - 9x^2 + 1$

a) Développe, réduis et ordonne A et B

b) Factorise A et B

2) Soit la fraction rationnelle $R = \frac{(x-3)(x+5)}{(x+5)(x-1)}$

a) Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de R

b) Simplifie R

c) Calcule la valeur numérique de R pour $x=0$.

3) TOTO demande à son professeur ; Monsieur s'il vous plaît quel est votre âge ?. Le professeur répond : « mon âge est un polynôme en x composé de trois monômes. Le deuxième des trois a pour coefficient -3 et de degré 2. Le premier de degré 3 a pour coefficient 2. Enfin le troisième de coefficient 5 a pour degré 1. En remplaçant la variable par 3, tu parviendras à connaître mon âge »

Après avoir déterminé le polynôme décrit par le professeur, trouve l'âge de ce dernier.

4) Réponds par vrai ou faux

a) l'expression $4x^3 + 6x^2 - 3x + 2$ est un polynôme de degré 2

b) 5 est un monôme de degré 1

5) choisis la bonne réponse

a) l'expression $4x^3 + 6x^2 - 3x + 2$ est ordonnée suivant les puissances décroissantes de x

b) la factorisation de $7x^2 - 28$ est $(x-2)(x+2)$

6) Complète : on dit qu'une expression littérale est une fraction rationnelle si cette expression peut s'écrire sous la forme du ... (a) ... de deux ... (b).

Séance 6

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

RESOLUTION DE L'EVALUATION FINALE

1) Développons $A = x^2 + 2x + 1 + (x+1)(x+2)$ $B = (3x-1)(x+1) - 9x^2 + 1$
 $= x^2 + 2x + 1 + x^2 + 3x + 2$ $= 3x^2 + 2x - 1 - 9x^2 + 1$
 $A = 2x^2 + 5x + 3$ $B = -6x^2 + 2x$

b) Factorisons A et B

$A = x^2 + 2x + 1 + (x+1)(x+2)$ $B = (3x-1)(x+1) - 9x^2 + 1$
 $= (x+1)(x+1) + (x+1)(x+2)$ $= (3x-1)(x+1) - (9x^2 - 1)$
 $= (x+1)[(x+1) + (x+2)]$ $= (3x-1)(x+1) - (3x-1)(3x+1)$
 $A = (x+1)(2x+3)$ $= (3x-1)[(x+1) - (3x+1)]$
 $B = -2x(3x-1)$

2) a) condition d'existence de $R = \frac{(x-3)(x+5)}{(x+5)(x-1)}$

R existe si et seulement si $(x+5)(x-1) \neq 0$

Posons $x+5 = 0$ ou $x-1 = 0$

$x = -5$ ou $x = 1$

R existe si $x \neq -5$ et $x \neq 1$

b) simplification : $R = \frac{(x-3)(x+5)}{(x+5)(x-1)}$ $R = \frac{x-3}{x-1}$

pour $x \neq -5$ et $x \neq 1$, $R = \frac{x-3}{x-1}$

c) valeur numérique de R pour $x = 0$

$R = \frac{x-3}{x-1}$ $R = \frac{0-3}{0-1}$ $R = 3$

3) déterminons le polynôme décrit par le professeur

Soit P ce polynôme. $P = 2x^3 - 3x^2 + 5x$

Remplaçons la variable x par 3 : $P = 2 \times 3^3 - 3 \times 3^2 + 5 \times 3$

$P = 54 - 27 + 15$

$P = 42$

Donc le professeur a 42ans.

4) vrai ou faux

a) faux

b) faux

5) bonne réponse a)

6) Complétons : a- quotient b- polynôme

EXERCICE DE MAISON

1)a) développe et réduis $A = (x-4)(x+2) - (3x-1)(x+5)$

b) quel est le degré de A?

2) factorise $B = x^2 - 9 + (x-3)(2x+1)$ et $C = (x+2)^2 - 25$

3) SOLIM trouve sur un papier sur lequel il est écrit : $U = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(2x-1)}$. Quelle est la valeur numérique de U pour $x=1$? Elle éprouve des difficultés à répondre à cette question. Aidez-la.

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> GEOMETRIE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 2: CONFIGURATIONS DU PAN

Leçon 2: PROPRIETE DE THALES

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis : droites parallèle et la projection

Capacités	Contenus
Reconnaitre / Identifier une configuration	Configuration de Thalès Cas particulier du triangle Cas général
Calculer des grandeurs	Longueur des segments (côtés du triangle) Cas particulier Cas général Partage d'un segment selon une proportion donné
Justifier une propriété, un programme de construction	Parallélisme de droites (propriété réciproque)

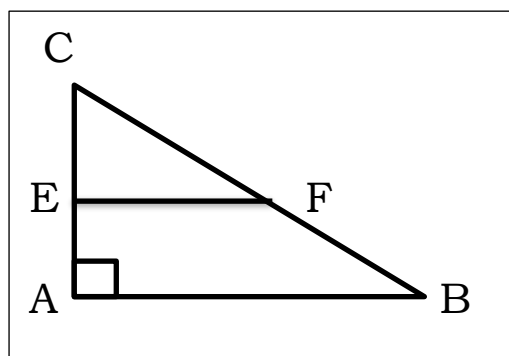
Situation problème :

Ta sœur en Italie possède à Agbata un terrain triangulaire ABC comme l'indique la figure ci-contre tels que $AB = 40$ dam et $BC = 50$ dam. Par rapport au côté $[AB]$, Elle désire y construire un jardin potager EFBA de forme trapézoïdale. Le maçon lui propose $CE = 15$ dam et $BF = \frac{1}{2} BC$.

Ta sœur aimerait savoir si les dimensions proposées par le maçon conviennent pour le jardin mais ne sait que faire.

Sans faire une figure, apprécier les propos du maçon en justifiant clairement ta réponse

puis compare $\frac{CE}{CA}$; $\frac{CF}{CB}$ et $\frac{EF}{AB}$.



Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1- Rappeler la propriété directe de Pythagore pour un triangle ABC rectangle au point A 2- Complète la propriété suivante : « Dans toute triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est »	1- La propriété est : $AB^2 + AC^2 = BC^2$ 2- « Dans toute triangle, la droite passant par les milieux de deux côtés est parallèle au support du troisième côté »

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1. Quels sont les mots difficiles du sujet ? 2. Quels sont les données de l'exercice ? 3. Quel est le problème posé par le sujet ?	1- Répondent en fonction de leurs difficultés 2- ABC rectangle en A ; AB = 40 dam et BC = 50 dam ; CE = 15 dam et $BF = \frac{1}{2}BC$ 3. Montrer que (EF) // (AB) et comparer $\frac{CE}{CA}$; $\frac{CF}{CB}$ et $\frac{EF}{AB}$

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Je calcule AC :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ donc}$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$AC^2 = 50^2 - 40^2$$

$$AC^2 = 900$$

$$AC^2 = 30^2$$

$$\mathbf{AC = 30 \text{ dam}}$$

On remarque que AE = AC : 2 donc E est le milieu de [AC] d'où (EF) // (AB) d'après la propriété des droites des milieux.

Conclusion :

EFBA est un trapèze, le maçon a donc raison.

Je calcule : $\frac{CE}{CA} = \frac{15}{30} = 0,5$; $\frac{CF}{CB} = \frac{0,5 CB}{CB} = 0,5$ et $\frac{EF}{AB} = \frac{0,5 AB}{AB} = 0,5$

Je compare : $\frac{CE}{CA} = \frac{CF}{CB} = \frac{EF}{AB}$

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Contrôle la présence et présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

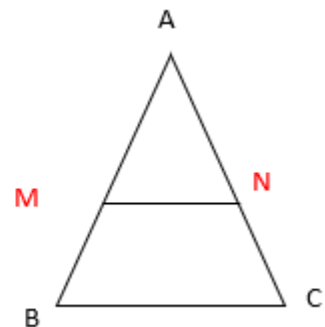
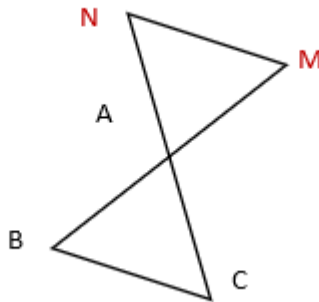
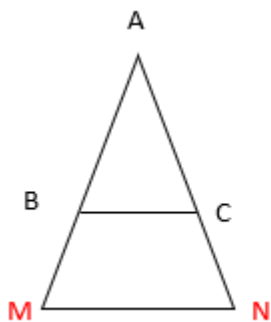
1- Propriété de Thales

Soit ABC un triangle, M est un point de la droite (AB) et N celui de la droite (AC) tel que A, M et B soient alignés dans le même ordre ainsi que A, N et C et Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

2- La conséquence de la propriété de Thales

Soit ABC un triangle, Met N des points respectif des côtés (AB) et (AC).

Si (MN) // (BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$



- NB :** - Ces propriétés permettent de calculer les longueurs
 - Les figures ci-dessus sont appelées configurations de Thales

Exemple

Examine les figures

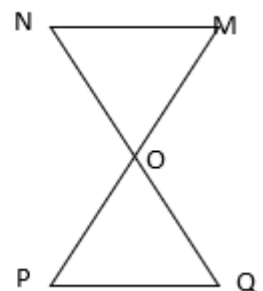
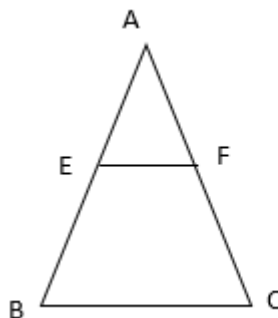
(EF) // (BC) et (MN) // (PQ)

1°) On donne AB= 6 ; AE= 2 et AC=9

Détermine AF (Juste l'expression)

2°) on donne OQ = 4 ; ON = 2 et OM = 3

Détermine OP (Juste l'expression)



NB : La propriété de Thales peut s'appliquer dans d'autres cas. Découvrons comment elle peut être appliquée dans les cas général

3- Propriété de Thales dans le cas général

(L) et (L') sont deux droites sécantes.

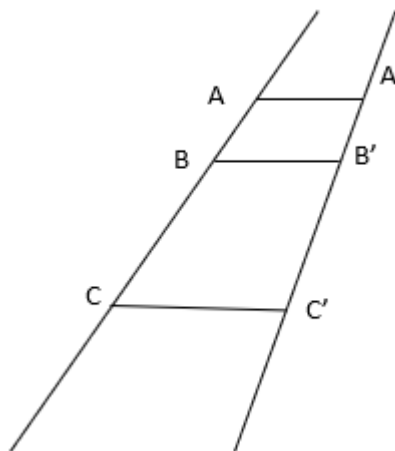
A, B, C sont les points de (L). A'B' et C'

sont des points (L') tel que les droites (AA')

(BB') et (CC') soient parallèles

D'après la propriété de Thales on a

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \dots$$



Exercice d'intégration Livre CIAM Page 11 N°1 d

Solution

Appliquons la conséquence de la propriété de Pythagore dans le triangle ABC on a $\frac{DE}{BC}$

De même dans le triangle AIB on a : $\frac{DJ}{BI}$

On a donc le triangle

$\frac{DE}{BC} = \frac{DJ}{BI}$ or $BI = \frac{1}{2} BC$ car (IA) est la médiatrice du triangle ABC

$$\frac{DE}{BC} = \frac{DJ}{\frac{1}{2}BC} \text{ on a: } \frac{DE}{BC} = \frac{2DJ}{BC}$$

Cet : $DE = 2 DJ$ ou $DJ = \frac{1}{2} DE$ donc J milieu de [DE]

Exercice de maison

Livre CIAM Page 17 N° 4

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

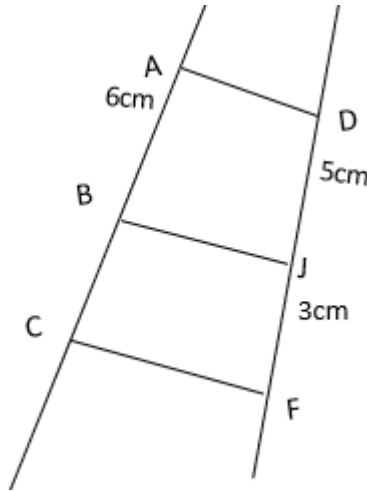
Capacité 2 : Calculer les grandeurs

1- Cas particulier

Exemple 1 :

1-En considérant la situation problème, déterminer la mesure du côté [PM]

2-Calculer les valeurs des côtés AF et OP de l'exemple précédent



Solution

1- D'après la conséquence de la propriété de Thales dans le triangle ABC (PM) // (AO) on a :

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{PM} \text{ On a } PM = \frac{BM \cdot AC}{AB}$$

$$PM = \frac{12 \cdot 15}{20} \text{ donc } PM = 9\text{cm}$$

2- Calcul de AF et OP

$$AF = \frac{AC \cdot AE}{AB} \quad AF = \frac{9 \cdot 2}{6} = \frac{18}{6} \quad AF = 3\text{cm}$$

$$OP = \frac{OM \cdot OQ}{ON} \quad OP = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} \quad OP = 6\text{cm}$$

2- Cas général

Soit la figure ci-contre

Calcul AB

Solution

Traçons une droite (L) // (DF) passant par A. Elle coupe les droites (BE) et (CF) respectivement en B' et C'. Considérons le triangle ACC'. D'après la propriété de Thales on a : $\frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'}$ or les figures ADBB' et ADFC' sont des parallélogrammes on a : AB' = DE et AC' = DF

Remplaçons dans la propriété AB' et AC' par leurs expressions, on a :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} \text{ donc } AC = \frac{AB \cdot DF}{DE}, DF = 5 + 3 = 8$$

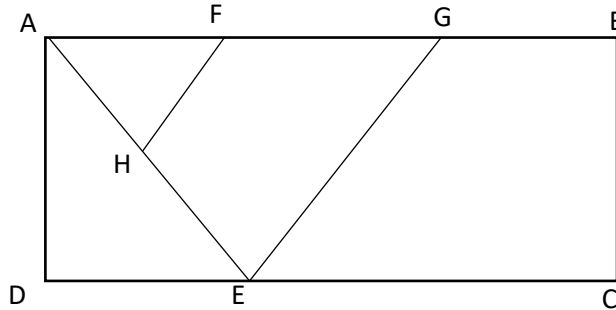
$$AC = \frac{6 \cdot 8}{5} = \frac{48}{5} \quad AC = 9,6 \text{ cm}$$

Exercice d'intégration

Sur la figure ci-dessous ABCD est un rectangle. Les droites (MF) et (EG) sont parallèles. On donne AG= 7

DE=3, AD= 4 ; AH=2

Montre que AE = 5



Séance 4

Activités du professeur

- Contrôler la présence et les exercices de maison
- Instaurer un débat pour ajuster les solutions
- Corriger les quelques petites erreurs des élèves

Activités de l'élève

- Un élève met sa production au tableau
- Posent des questions
- Copient

Trace écrite

Travail à faire/ Contrôle de présence (2mn)

Contrôle de l'exercice de maison et correction

Exercice :

Trace un segment [AE] = 13 cm de long

- 1- construit le point F de ce segment qui est tel que $\frac{AF}{AE} = \frac{5}{9}$
- 2- expliquer Votre construction (programme de construction)
- 3- justifier votre construction à l'aide de la propriété de THALES (pourquoi le point F que vous avez construit est-il bien celui attendu) ?

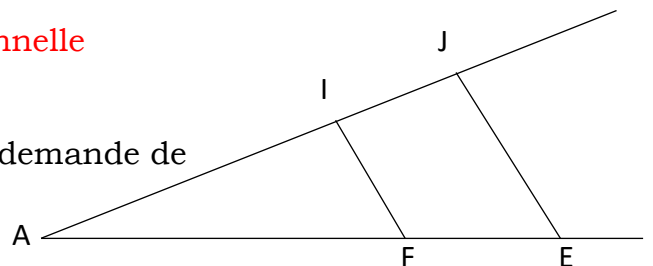
1) construction de la quatrième proportionnelle

Programme de construction

- 1) Connaissant la valeur du [AE], on vous demande de

Construire le point F $\frac{AF}{AE} = \frac{5}{9}$

- 2- On trace un segment [AE] de 13cm



- on trace une demi-droite [AX) distincte de [AB]
- à l'aide du compas (ou d'une règle) on marque sur [AX) les points I et J tel que AI = 5 et AJ = 9
- on trace le segment [JE]
- le point F est le point d'un de la parallèle a (JE) passant par I

3- Justification

Le programme de construction fait paraître deux triangles AJF et AEJ qui forment des configurations de Thalès. :

D'après la propriété de Thalès, on a $\frac{AF}{AE} = \frac{AI}{AJ}$ c'est-à-dire $\frac{AF}{AE} = \frac{5}{9}$

Exemple 1) ABC est triangle et S un point de (AB)

Construis le point T de (AC) tel que $\frac{7}{4} = \frac{5}{AT}$.

- 2) Le segment [AB]= 7cm. Partager ce segment en 5 parties égale

Exercice de maison livre CIAM page 17 N 10

Travail à faire remplir le cahier de texte (2mn)

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

_Travail à faire contrôle de présence (2mn)

Contrôle de l'exercice de maison et correction

Capacite3 : Justifie un parallélisme de droites

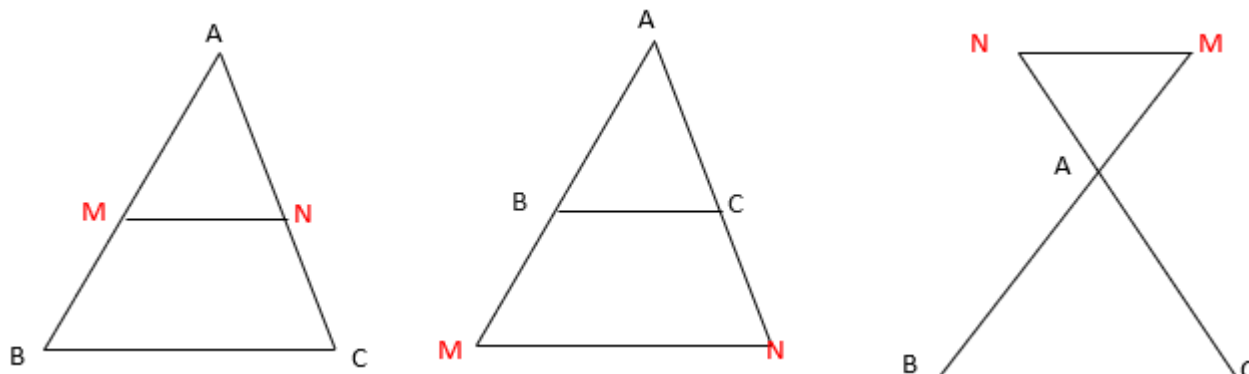
4- Propriété réciproque de Thalès

Soit ABC un triangle M et N deux points du plan tel que

. M € a la droite (AB) et N € (AC)

. Les points A, M, B sont alignes dans le même ordre que les points A ; N et C

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles



NB cette propriété permet de montrer que deux droites sont parallèles

Exemple (considérons l'exemple de la capacité 1)

- 1) Montré que (EF) // (BC)
- 2) Peut-on dire que (MN) // (PQ) ? avec $OP = 5$

Solution

$$1) \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}, \frac{AF}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ et } \frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Ainsi d'après le réciproque de la propriété de Thalès on a : (EF) // (BC)

$$2) \frac{OM}{OP} = \frac{3}{5} \text{ et } \frac{ON}{OQ} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ donc } \frac{OM}{OP} \neq \frac{ON}{OQ} \text{ Ainsi d'après la réciproque de la}$$

Propriété de Thalès (MN) et (PQ) ne sont pas parallèles

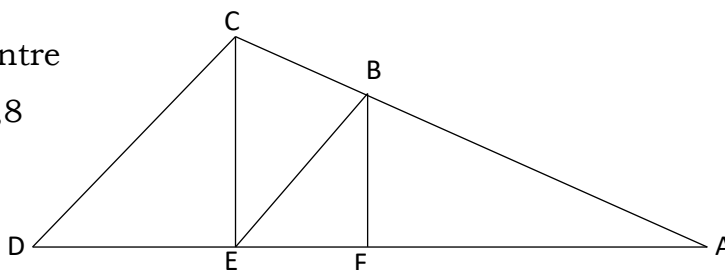
Exercice d'intégration

- 1) On considère la figure ci-contre

On donne $AB = 5$; $BC = 4$ et $FE = 2,8$

$(CD) // (BE)$; $AF = 3,5$

- a) Montré que $(CE) // (BF)$
- b) Calcul AD



- 2) ABCD est un parallélogramme. M est la symétrie que de D

Par rapport à A. (CM) coupe (BD) en K et (AB) en E

Démontre que $\frac{KD}{KB} = \frac{KC}{KE} = 2$

Solution

- 1) Montrons que $(CE) // (BF)$

Considérons le triangle ACE on a $\frac{AF}{AE} = \frac{3,5}{6,3}$ car $AE = AF + FE = 3,5 + 2,8$

$$\frac{AF}{AE} = \frac{3,5}{6,3} = 0,55$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{9} = 0,55 \text{ d'ou -}$$

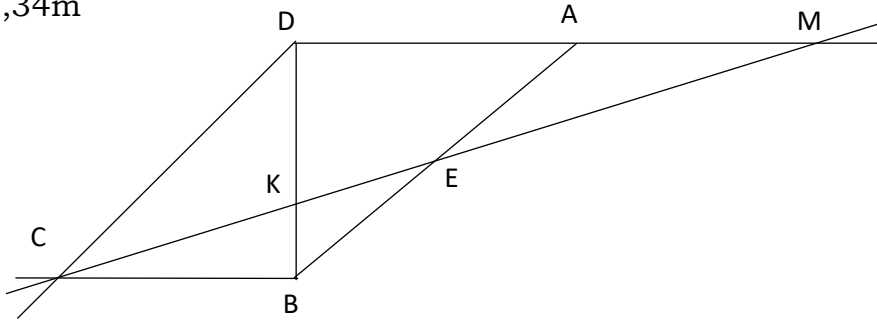
- b) calcul AD

Considérons le triangle ACD avec $(CD) // (DF)$ donc d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB} \quad AD = \frac{AB \times AC}{AB} ; \quad AD = \frac{6,3 \times 9}{5} = 11,34$$

Donc $AD = 11,34\text{m}$

2



- Démontrons que $\frac{KD}{KB} = \frac{KC}{KE} = 2$

Considérons le triangle KDM. $B \in (AD)$ et $C \in (KM)$

Et $(BC) // (DM)$ car $M \in (AD)$. Donc d'après la propriété de Thalès on a

$$\frac{KD}{KB} = \frac{DM}{BC} \quad \text{Or } DM = 2DA \text{ et } DA = BC \text{ donc } \frac{KD}{KB} = \frac{2DA}{DA}$$

Après simplification on a $\frac{KD}{KB} = 2$

- Considérons le triangle KDC. $B \in (KD)$ et $E \in (KC)$. (DC) et (BE) étant parallèle aussi on peut avoir $\frac{KD}{KB} = \frac{KC}{KE}$ or $\frac{KD}{KB} = 2$ d'où le résultat c'est à dire $\frac{KD}{KB} = \frac{KC}{KE} = 2$

Exercice de maison exercice d'intégration et de remédiation

Travail à faire : remplir le cahier de texte (3mn)

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> ALGEBRE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 2: Résoudre des problèmes faisant appel aux nombres entiers naturels, aux fractions, aux nombres décimaux relatifs, aux puissances et au calcul littéral.

Thème 2:

Leçon 4: **NOMBRES REELS : RACINE CARREE ; COMPARAISON**

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis : **décomposition en produit de facteur premiers et puissances**

CAPACITES	CONTENUS
Reconnaitre un nombre	- Racine carré d'un nombre positif : définition-vocabulaire et notation - Ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels - Valeur absolue d'un nombre réel - Intervalles (intersection, réunions d'intervalles)
Calculer	- Calcul sur les expressions numériques (racine carrée) - Produit et quotient de racines (expressions conjuguées) - Racine carrée et valeur absolue : $\sqrt{a^2} = a$ - Comparaison des nombres (règles de comparaisons)
Justifier	- Egalité de nombres contenant des radicaux

Situation problème :

Mr ARIZIKI veut acheter un terrain de forme carré chez le chef du village Elavagnon pour construire sa maison. Le chef lui dit qu'il a un terrain d'une superficie de 507m² et que le tiers du terrain suffirait à construire sa maison. Mr ARIZIKI n'arrive pas à connaître la dimension du terrain que le chef voudrait le vendre.

Aide Mr ARIZIKI à déterminer la longueur de cette dimension du terrain.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Trouve le nombre entier naturel a tel que $a^2 = 225$	$a^2 = 225$ $a^2 = 3^2 \times 5^2$ $a^2 = (3 \times 5)^2$ $a^2 = (15)^2$ $a = 15$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Aire du grand terrain = 507 m^2 Aire du terrain à acheter = le tiers de l'aire du grand terrain 3) Calculer le côté du terrain à acheter

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Calculons la superficie du terrain à vendre

$$A = \frac{507 \times 1}{3}$$

$$A = 169 \text{ m}^2$$

Calculons la longueur de la dimension du terrain

$$C^2 = 169 \text{ m}^2$$

Or $169 = 13^2$; donc $C^2 = 13^2$ alors

$$C = 13 \text{ m}$$

Conclusion : La longueur de la dimension du terrain de Mr ARIZIKI est 13m

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème après avoir contrôlé la présence	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I- Reconnaître un nombre

a) Définition

Dans la résolution de la situation problème, nous avons obtenu $169 = 13^2$: on dit que 169 est le carré parfait de 13. En d'autres termes, **13 est la racine carrée de 169**.

On appelle la racine carrée d'un nombre **positif A**, le nombre **positif B** dont le carré est égal à A.

Exemples :

On sait que $7^2 = 49$ donc 7 est la racine carrée de 49

De même $11^2 = 121$ donc 11 est la racine carrée de 121

b) Vocabulaire et notation

La racine carrée du nombre positif B se note $\sqrt{B}$ et se lit « **racine carrée de B** »

Le symbole " $\sqrt{\quad}$ " est appelé **radical** et le nombre B est appelé **radicande**.

Exemples :

La racine carrée de 169 est $\sqrt{169} = 13$; La racine carrée de 121 est $\sqrt{121} = 11$

c) Première propriété

Dans l'exemple de b), nous avons écrit $\sqrt{169} = 13$, avec $169 = 13^2$ on peut finalement écrire $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$

Ainsi donc nous admettons la propriété suivante :

$$\text{Pour tout nombre positif } a, \sqrt{a^2} = a$$

Règle : Pour calculer la racine carrée d'un nombre, on le met sous la forme a^2 (si possible par décomposition en produit de facteurs premiers) avec a positif et on applique le formule $\sqrt{a^2} = a$

Exemples :

$$\sqrt{225} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{(3 \times 5)^2} = \sqrt{15^2} = 15$$

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} \text{ (car on remarque que } 9^2 = 81) \text{ donc } \sqrt{81} = 9$$

II- Ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels

1) Présentation-Vocabulaire :

En classe de 4^E, nous avons établi qu'un nombre rationnel est un nombre égal à une fraction ou à l'opposé d'une fraction.

En 3^E, nous découvrons les nombres tel que $\sqrt{3}$ qui ne sont pas égaux à une fraction et donc pas des nombres rationnels. Ils sont des **nombres irrationnels**.

Les nombres rationnels et irrationnels forment l'ensemble des **nombres réels**.

Cet ensemble est noté **IR**.

Je retiens :

On sait que $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ et $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ donc $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\subset$ se lit « **inclus dans** » qui veut dire « **est une partie de** »

2) Valeur absolue d'un réel :

La valeur absolue d'un nombre réel est **la distance à zéro de ce nombre sur une droite graduée.**

On admet la propriété suivante

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

NB :

- ✓ $|a| = a$ si a est positif
- ✓ $|a| = -a$ si a est négatif
- ✓ $|a - b|$ est la distance de deux nombres réels a et b .

Exercice d'intégration : CIAM 3^E page 156 exercices 1 ; 3

Exercice de maison : CIAM 3^E page 156 exercices 2 ; 4

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II / Opération sur les racines carrées

1- Calcul des expressions numériques contenant des radicaux :

a) Produit et quotient de racine carrée

Exercice : Dans chaque cas, calcule les nombres proposés puis tire une conclusion

a) $\sqrt{25} \times \sqrt{4}$ et $\sqrt{25 \times 4}$

b) $\sqrt{\frac{36}{4}}$ et $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$

Résolution

a) Calcul : $\sqrt{25} \times \sqrt{4} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2^2} = 5 \times 2 = 10$ et $\sqrt{25 \times 4} = \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

Conclusion : $\sqrt{25} \times \sqrt{4} = \sqrt{25 \times 4}$

b) Calcul : $\sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} \times \sqrt{3^2} = 3$ et $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{6}{2} = 3$

Conclusion : $\sqrt{\frac{36}{4}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$

Propriétés :

Soient a et b deux réels positifs avec b non nul

On admet les propriétés suivantes :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Exercice d'intégration :

CIAM 3^E page 156 exercices 2.a à 2.c

Exercice de maison :

CIAM 3^E page 138 exercices 8 ; 15

b) Somme des racines carrées

Exemple :

A l'aide de calculatrice calcule $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$ et $\sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ donc $\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$ par conséquent, si $a > 0$ et $b > 0$, alors $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$

Comment calculer la somme avec des radicaux ?

- ✓ on décompose tous les radicandes
- ✓ on applique la formule $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ et $\sqrt{a^2} = a$
- ✓ on réduit la réponse

Exemple :

Calculons $A = \sqrt{1053} - \sqrt{325} + \sqrt{52}$

$$A = \sqrt{1053} - \sqrt{325} + \sqrt{52}$$

$$A = \sqrt{9^2 \times 13} - \sqrt{5^2 \times 13} + \sqrt{2^2 \times 13}$$

$$A = \sqrt{9^2} \times \sqrt{13} - \sqrt{5^2} \times \sqrt{13} + \sqrt{2^2} \times \sqrt{13}$$

$$A = 9 \times \sqrt{13} - 5 \times \sqrt{13} + 2 \times \sqrt{13}$$

$$A = 9\sqrt{13} - 5\sqrt{13} + 2\sqrt{13}$$

$$A = (9 - 5 + 2)\sqrt{13}$$

$$A = 6\sqrt{13}$$

Exercice d'intégration :

CIAM 3^E page 139 exercices 20 (b et d)

Exercice de maison :

CIAM 3^E page 139 exercices 20 (a ; c et e)

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

c) Expressions conjuguées

a et b sont des nombres réels, $a + \sqrt{b}$ a pour expression conjugué $a - \sqrt{b}$

Exemple :

Nombre réel	Expression conjuguée
$3 + 5\sqrt{3}$	$3 - 5\sqrt{3}$
$7\sqrt{11}$	$7\sqrt{11}$ ou $(- 7\sqrt{11})$
$- 2 - 3\sqrt{5}$	$- 2 + 3\sqrt{5}$

d) Rendre rationnel le dénominateur d'une écriture fractionnaire

Pour écrire un quotient sans radical au dénominateur (rendre rationnel la dénominateur d'une écriture fractionnaire), on multiplie le dénominateur et le numérateur par l'expression conjuguée du dénominateur.

Exemple :

Rendre rationnel le dénominateur de : $A = \frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

Résolution

$$A = \frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{5 - 3\sqrt{3}}{(1)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{5 - 3\sqrt{3}}{-2} = \frac{-5 + 3\sqrt{3}}{2}$$

e) Comparaisons et étude de signe d'un nombre réel

Règle : Deux réels sont classés dans le même ordre que leurs carrés.

Exemple 1 : Comparons : a) 5 et $\sqrt{7}$ et b) 6 et $4\sqrt{5}$

a) $5^2 = 25$ et $(\sqrt{7})^2 = 7$

b) $6^2 = 36$ et $(4\sqrt{5})^2 = 80$

Alors $25 > 7$ donc $5 > \sqrt{7}$

Si $36 < 80$ alors $6 < 4\sqrt{5}$

Exemple 2 : Déterminons le signe de $-5 + \sqrt{7}$ et $3 - \sqrt{5}$

Signe de $-5 + \sqrt{7}$

$(5)^2 = 25$ et $(\sqrt{7})^2 = 7$. Si $25 > 7$ alors $5 > \sqrt{7}$ donc $-5 < \sqrt{7}$

D'où **$-5 + \sqrt{7} < 0$** ($-5 + \sqrt{7}$ est négatif)

Signe de $3 - \sqrt{5}$

$(3)^2 = 9$ et $(\sqrt{5})^2 = 5$. Si $9 > 5$ alors $3 > \sqrt{5}$

D'où **$3 - \sqrt{5} > 0$** ($3 - \sqrt{5}$ est positif)

EXERCICE A FAIRE A LA MAISON : CIAM PAGE 139 n° 20 ; 22 et 30

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> GEOMETRIE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 2: CONFIGURATIONS DU PAN

Leçon 4: TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Séances: 08

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème, Programme HPM, Guide d'exécution 3e ; CIAM 3e ; ...

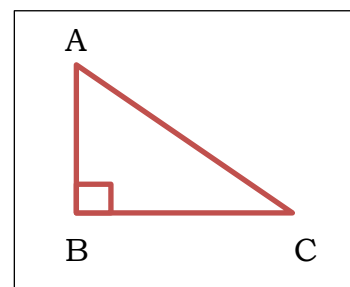
Prérequis : Racines carrées

Capacités	Contenus
Reconnaitre/ Identifier une configuration	Triangle rectangle : côté opposé à un angle, côté adjacent à un angle, hypoténuse, rapports trigonométriques (cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu)
Calculer des grandeurs	- Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu ■ Propriétés : $\tan a = \frac{\sin a}{\cos a}$; $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ ■ Valeurs exactes de cosinus, sinus et tangente d'angles particuliers (30°, 45° et 60°) - Longueur d'un segment - relations métriques dans un triangle rectangle - Mesure d'un angle connaissant un de ses rapports trigonométriques (encadrement, valeur approchée) - Utilisation d'une table trigonométrique ou de la calculatrice

SITUATION PROBLÈME

Monsieur KOFFI voudrait construire la charpente de sa maison à une pente et ayant la forme d'un triangle rectangle comme le montre la figure ci-contre. Par négligence, il a perdu la mesure de la partie oblique. Il sait néanmoins que la base de la pièce mesure 6 m et la hauteur 4 m. Ayant oublié ses notions de mathématiques, il a des difficultés pour calculer la longueur perdue et viens solliciter.

Aide-le à résoudre ce problème.



Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Calcule la racine carrée de 275	$\sqrt{275} = \sqrt{5^2 \times 11}$ donc $\sqrt{275} = 5\sqrt{11}$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités des élèves
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités des élèves
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par le sujet ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) $AB = 4\text{m}$; $BC = 6\text{m}$; ABC est un triangle rectangle en B 3) Calcul de la longueur AC

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités des élèves
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités des élèves
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Calculons la longueur de la partie oblique

ABC est un triangle rectangle en B et la propriété de Pythagore nous donne

$$BA^2 + BC^2 = AC^2$$

$$(4)^2 + (6)^2 = AC^2$$

$$16 + 36 = AC^2$$

$$AC^2 = 52$$

$$AC = \sqrt{52}$$

$$AC = \sqrt{2^2 \times 13}$$

$$\underline{AC = 2\sqrt{13}}$$

Conclusion : La longueur de la partie oblique est $2\sqrt{13}$ m

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités des élèves
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I- Triangle rectangle

1- Propriétés de Pythagore

a) Propriété directe de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Exemple : **Si ABC est rectangle en A alors on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$**

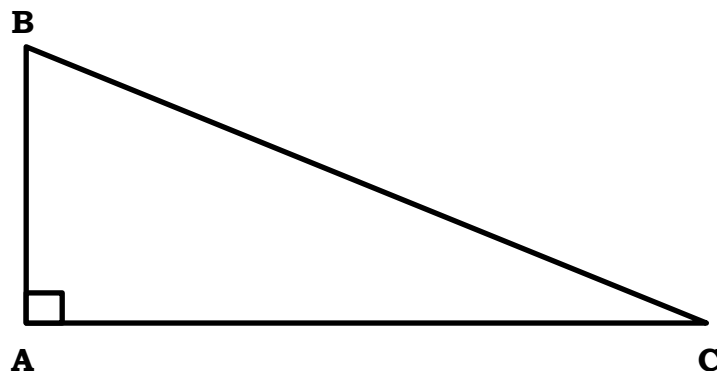
NB : On utilise la propriété directe de Pythagore pour **calculer la longueur de l'un des 3 côtés du triangle rectangle.**

Exercice d'intégration :

Construis un triangle ABC rectangle en A tel que AC = 5 cm et BC = 7cm.
Calcule ensuite la valeur de la distance AB.

Solution :

■ Construction du triangle rectangle ABC tel que AB=5cm et AC=7cm.



■ Calculons la valeur de la distance BC

ABC est rectangle en A, d'après la propriété directe de Pythagore on a

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$(7)^2 = AB^2 + (5)^2$$

$$49 = AB^2 + 25 \text{ donc}$$

$$AB^2 = 49 - 25$$

$$AB^2 = 24$$

$$AB = \sqrt{24}$$

$$AB = \sqrt{2^2 \times 6}$$

$$\underline{BC = 2\sqrt{6} \text{ cm}}$$

b) Réciproque de la propriété de Pythagore

Si dans un triangle la somme carré des carrés des longueurs de deux côtés est égale au carré de la longueur du troisième côté, alors ce triangle est rectangle.

Exemple : **Si $BA^2 = AC^2 + BC^2$; alors ABC est un triangle rectangle en C**

NB : Cette propriété permet de **démontrer ou de montrer qu'un triangle est rectangle en un point.**

Exercice d'intégration :

Parmi les triangles suivants :

- Triangle EFG tel que $EF = 4$; $EG = 8$; $FG = 6$
- Triangle KLM tel que $KL = 8$; $LM = 6$; $KM = 10$

- 1) Démontrer que l'un des deux triangles est rectangle et préciser le point son sommet principal.
- 2) Construire alors ce triangle rectangle.

Solution :

- 1) Démontrons qu'un des deux triangles est rectangle et le point

• Pour le triangle EFG :

D'après la Réciproque de la propriété de Pythagore on a :

Si $EG^2 = EF^2 + FG^2$; alors EFG est rectangle en F

◇ **Vérification de l'égalité $EG^2 = EF^2 + FG^2$:**

$EF = 4$ donc $EF^2 = 16$; $FG = 6$ donc $FG^2 = 36$ et $EG = 8$ donc $EG^2 = 64$
 $EF^2 + FG^2 = 16 + 36$ donc $EF^2 + FG^2 = 52$ et $EG^2 = 64$.

Comme $52 \neq 64$, **$EG^2 \neq EF^2 + FG^2$: EFG n'est pas un triangle rectangle**

• Pour le triangle KLM :

D'après la Réciproque de la propriété de Pythagore on a :

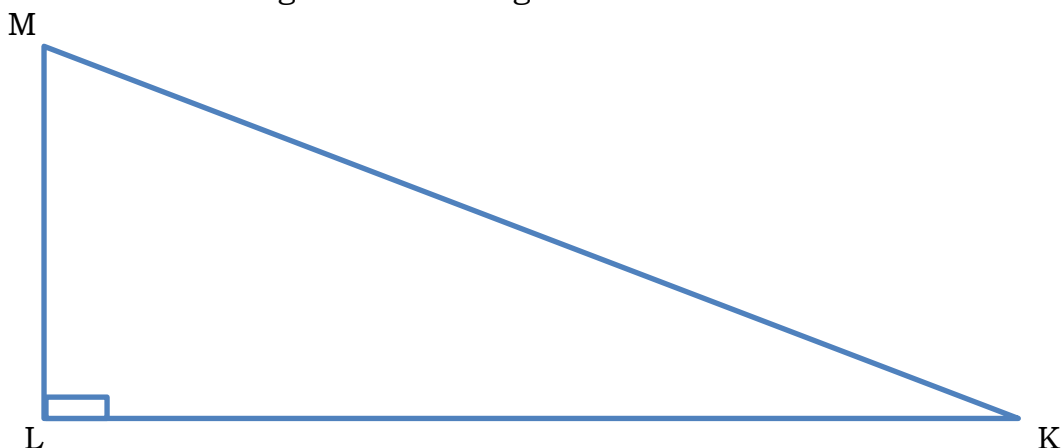
Si $KM^2 = KL^2 + LM^2$; alors KLM est un triangle rectangle en L

◇ **Vérification de l'égalité $KM^2 = KL^2 + LM^2$:**

$KL = 8$ donc $KL^2 = 64$; $LM = 6$ donc $LM^2 = 36$ et $KM = 10$ donc $KM^2 = 100$
 $KL^2 + LM^2 = 64 + 36$ donc $KL^2 + LM^2 = 100$ et $KM^2 = 100$

Comme $KL^2 + LM^2 = KM^2$, le triangle KLM est **un triangle rectangle en L.**

- 2) Construisons le triangle KLM rectangle en L avec ses données



Exercice de maison :

Solution :

Exercice 1.a

a) Calcule de BC :

ABC est rectangle en A, d'après la propriété directe de Pythagore on a

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (7)^2 + (5)^2$$

$$BC^2 = 49 + 25$$

$$BC^2 = 74$$

$$\underline{BC = \sqrt{74}}$$

b) Calcule de AC :

ABC est rectangle en A, d'après la propriété directe de Pythagore on a

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$(10)^2 = (5)^2 + AC^2$$

$$100 = 25 + AC^2 \text{ donc}$$

$$AC^2 = 100 - 25$$

$$AC^2 = 75$$

$$AC = \sqrt{75}$$

$$AC = \sqrt{5^2 \times 3}$$

$$\underline{AC = 5\sqrt{3} \text{ cm}}$$

Exercice 1.b

a) Nature du triangle :

$$EF^2 + FG^2 = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 \text{ donc } EF^2 + FG^2 = 65 \text{ et } EG^2 = 64$$

Comme $EF^2 + FG^2 \neq EG^2$, le triangle n'est pas un triangle rectangle.

De plus les côtés de ce triangle sont de longueurs différentes donc EFG est un triangle quelconque.

b) Nature du triangle :

$$FG^2 + EG^2 = (5)^2 + (5\sqrt{2})^2 = 25 + 50 \text{ donc } FG^2 + EG^2 = 75 \text{ et } EF^2 = 75$$

Comme $EF^2 + FG^2 = EG^2$, le triangle est un triangle rectangle en F.

Séance 3

<i>Activités du professeur</i>	<i>Activités de élèves</i>
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2- Relations métriques dans un triangle rectangle :

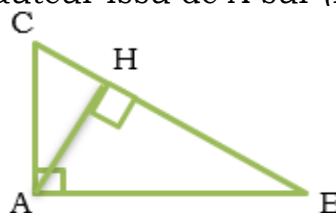
ABC est un triangle rectangle en A et H est le pied de la hauteur issu de A sur (BC).
On appelle relations métriques les propriétés suivantes :

✓ $AC^2 = BC \times CH$

✓ $AB^2 = BC \times BH$

✓ $AH^2 = BH \times CH$

✓ $AB \times AC = AH \times BC$



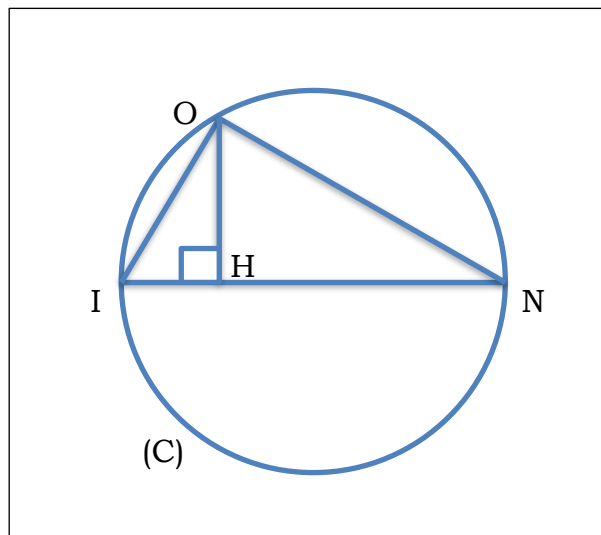
Exercice d'intégration :

L'unité de longueur est le centimètre. Soit un cercle de diamètre $[NI]$ tel que $NI = 10$. O est un point de (C) tel que $OI = 6$.

1. Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure.
2. Démonstre que le triangle NIO est rectangle puis calcule NO .
3. H est le projeté orthogonal de O sur (NI) . Calcule OH et NH

Solution :

1) Figure :



2) Démontrons que le triangle NIO est rectangle

Comme $[NI]$ est un diamètre de (C) et O est sur le même cercle, le triangle NIO est rectangle en O

D'après la propriété directe de Pythagore dans le triangle rectangle NIO , on a

$$NO^2 + OI^2 = NI^2$$

$$NO^2 + (6)^2 = (10)^2$$

$$NO^2 + 36 = 100 \text{ donc}$$

$$NO^2 = 100 - 36$$

$$NO^2 = 64$$

$$NO = \sqrt{64}$$

$$NO = \sqrt{8^2}$$

$$\mathbf{NO = 8 \text{ cm}}$$

3) Calculons OH et NH

D'après les relations métriques appliquées au triangle NIO , on a

$$NH \times NI = NO^2$$

$$NH \times 10 = 8^2$$

$$NH \times 10 = 64$$

$$NH = \frac{64}{10} \text{ et par simplification par 2 on obtient } \mathbf{NH = \frac{32}{5}}$$

D'après les relations métriques appliquées au triangle NIO , on a

$$OH \times NI = ON \times OI$$

$$OH \times 10 = 8 \times 6$$

$$OH \times 10 = 48$$

$OH = \frac{48}{10}$ et par simplification par 2 on obtient **$OH = \frac{24}{5}$**

Exercice de maison :

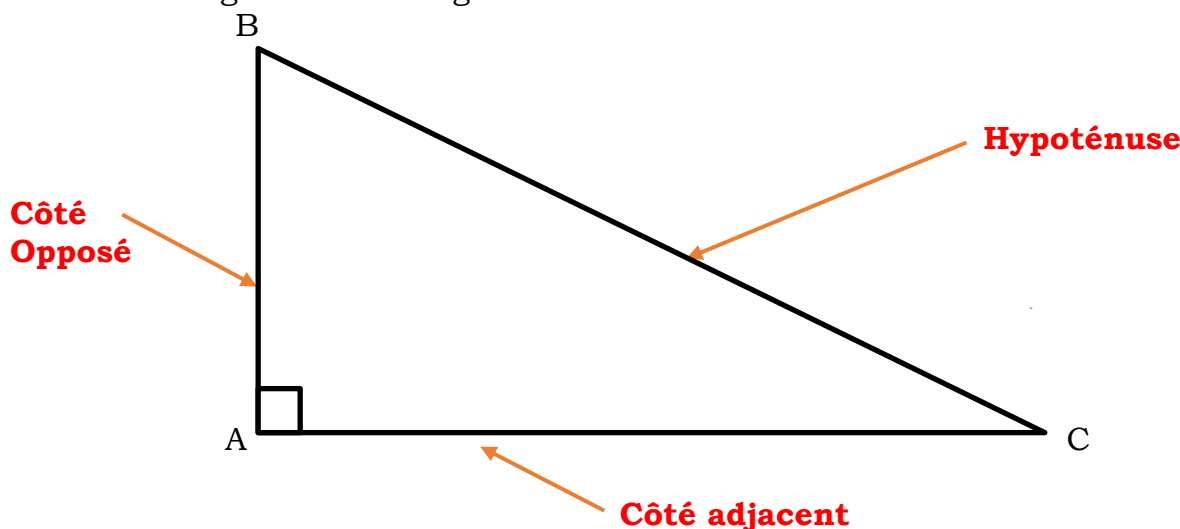
L'unité de longueur est le cm. ABC est un triangle rectangle en B tels que $AB = 4$ et $BC = 3$. I est le projeté orthogonal de B sur [AC].

1. Calcule les distances AC ; AI ; CI et BI.
2. La droite perpendiculaire à (BC) passant par C, coupe (BI) en D.
 - a) Montre que les triangles ICD et IAB sont semblables.
 - b) Calcule DI et CD.

II - Trigonométrie dans un triangle rectangle

1. Rapports trigonométriques d'un angle

Soit un triangle ABC rectangle en A :



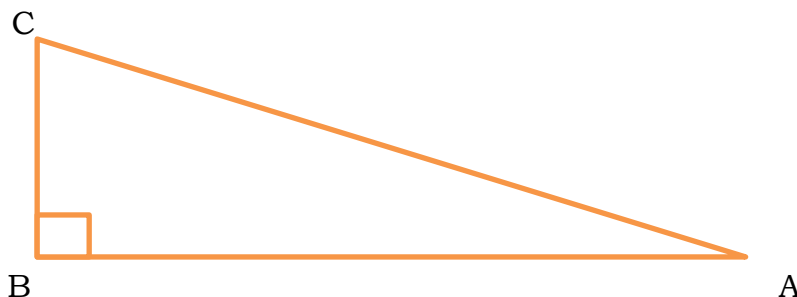
- **Hypoténuse** : C'est le côté le plus long du triangle (côté BC)
- **Côté adjacent à l'angle $\hat{C}$** : C'est le côté qui est lié à l'angle aigu $\hat{C}$ (côté [AC])
- **Côté opposé à l'angle $\hat{C}$** : C'est le côté qui fait face à l'angle aigu $\hat{C}$ (côté [AB])

Exercice :

- 1) Construire un triangle ABC rectangle en B tel que $AB = 5\text{cm}$ et la mesure de l'angle $\hat{A}$ soit 30°
- 2) Préciser : l'hypoténuse ; côté adjacent à $\hat{A}$ et le côté opposé à $\hat{C}$

Solution :

- 1) Construisons le triangle ABC rectangle en B avec les données :



- 2) Précisons :
Hypoténuse = [AC] ; Côté adjacent à $\hat{A}$: [AB] ; Côté Opposé à $\hat{C}$: [AB]

a) Cosinus d'un angle aigu

Le Cosinus d'un angle aigu a noté **Cos a** est le rapport de la longueur du côté adjacent par la longueur d l'hypoténuse. On a :

$$\text{Cos } a = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}}$$

Pour tout angle aigu ou de sa mesure a° d'un triangle rectangle, on a : $0 < \text{Cos } a < 1$
 Lorsqu'on connaît le Cosinus d'un angle, on peut trouver la mesure de cet angle en utilisant respectivement les touches **SHIFT** et **COS** pour activer la touche **Cos⁻¹** de la calculatrice scientifique.

Exercice :

L'unité est le cm. ONU est un triangle rectangle en U tel que OU = 6 et NU = 3.
 Calculer Cos $\hat{N}$ ON

Solution :

a) Calcul de cos

$$\frac{NU}{OU} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

1- Calcul de cos $\hat{N}$

$$\cos \hat{N} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{NU}{OU}$$

$$\cos \hat{N} = \frac{NU}{OU} ; \cos \hat{N} = \frac{3}{6} = 0,5$$

$$\cos \hat{N} = 0.5$$

3 – Comparaison

$$\frac{NU}{OU} = \cos \hat{N} = 0,5$$

4 – Calcul de la distance ON : à compléter par l'élève lui-même

b) Sinus d'un angle aigu

Le sinus d'un angle aigu est le rapport entre le côté opposé et son hypoténuse

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{Hypoténuse}}$$

NB : Pour tout angle aigu de mesure α° d'un triangle rectangle, on a : $0 < \sin \alpha < 1$
 lorsqu'on connaît le Sinus d'un angle, on peut trouver la mesure de cet angle en utilisant larespectivement les touches **SHIFT** et **SIN** pour activer la touche **Sin⁻¹** de la calculatrice scientifique.

Exercices de maison : CIAM 3^e : Page 24-25 ; exo N° 2.a ; 2.b ; 2.c ; 2.d

c) Tangente d'un angle aigu

la tangente d'un angle aigu est le quotient entre le sin α et son cos α
 on peut partir de cette expression pour démontrer que tangente est le quotient entre le côté opposé et côté adjacent

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}}$$

Remarque : Pour tout angle aigu dans un triangle rectangle :

a) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

b) $\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$

c) $\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

Exercice :

Montrer que $E = (\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2$ est un entier naturel qu'on déterminera. L'enseignant doit impérativement se baser sur les propriétés trigonométriques pour aider l'élève à montrer.

IV - Cosinus, Sinus et tangente d'angles particuliers

α	0°	30°	45°	60°	90°
Sin	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
Cos	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
Tan	-	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

Exercices de maison : CIAM 3^e : Page 31 ; exo N° 2 et 3

V – Utilisation de la table trigonométrique :

Pour lire les valeurs de Cosinus et de Sinus sans calculer ; on utilise **la table trigonométrique**.

Cette table trigonométrique permet de :

- ✓ Lire la valeur de Cosinus ou de Sinus dont on connaît l'angle aigu
- ✓ Déterminer la valeur donnée qui se trouve dans la table
- ✓ Déterminer la valeur qui ne se trouve pas dans la table

NB : Le professeur se chargera de montrer aux élèves toutes les procédures pour l'utilisation de la table

VI – Encadrement de la mesure d'un angle aigu

Prenons l'exemple suivant : $36^\circ < \widehat{A} < 37^\circ$

On a alors $36^\circ < \widehat{mes A} < 37^\circ$ qui est l'encadrement de la mesure de l'angle $\hat{A}$. On choisira 36° ou 37° comme valeur approchée de mesure $\hat{A}$.

- La valeur approchée de la mesure par défaut est 36°
- La valeur approchée de la mesure par excès est 37°

Remédiation formative et sommative : A donné des exercices de Remédiation.

NOM : _____ **DISCIPLINE :** Mathématiques **Année SC :** _____

PRENOM : _____ **DUREE :** 55 min **ETS :** _____

CONTACT : _____ **Nombre de séance :** 4 **Classe :** 3^{ème}

Compétence: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique.

Thème 1: Outil vectoriel, géométrie analytique

Leçon 1 : LES VECTEURS

Supports didactiques : guide pédagogique APC, livre CIAM, ancienne fiche.

Prérequis : Points alignés, droites : parallélisme et perpendicularité

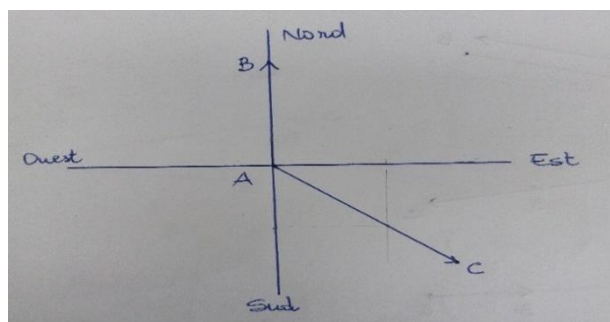
Capacités	Contenus
Reconnaitre / Identifier	-Somme de deux vecteurs (égalité de Chasles) -Vecteurs opposés -Produit d'un vecteur par un nombre réel (définition, propriétés)
Représenter	-Vecteur directeur d'une droite -Vecteurs colinéaires, orthogonaux
Justifier	- parallélisme de deux droites (vecteur directeur d'une droite, vecteurs colinéaires) -Alignement de trois points (vecteurs colinéaires) -Perpendicularité de deux droites (vecteurs orthogonaux)

Situation problème

Les étudiants en aérodynamique sont confrontés à un problème que voici :

Un avion vole vers le sud-est à la vitesse constante. La météo annonce un vent qui souffle fort vers le nord à une vitesse petite que la vitesse de l'avion. Quel serait le vecteur vitesse résultant de l'avion et du vent ? Demande le chef.

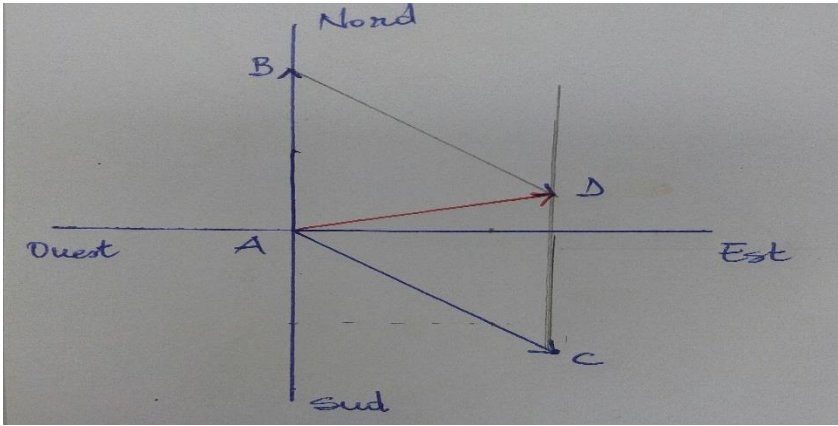
Les étudiants ne savent comment s'y prendre. Si vous étiez à leur place, quelle serait vos productions ?



Les étapes de résolution de la situation problème

Séance 1

Travail à faire : Contrôle de présence (2min)

Moments didactiques	Activités du professeur	Activités de l'élève
Contrôle de prérequis	-je propose un exercice de contrôle de prérequis	Ils traitent l'exercice
Présentation de la situation problème	Je recopie la situation problème au tableau	Ils notent
Appropriation de la situation	-je fais lire la situation problème par les élèves -je pose des questions -j'explique la situation problème	- ils lisent -ils posent et répondent aux questions
Organisation du travail	-je donne un temps de réflexion à chacun pour essayer -je leur demande de former de petits groupes	-chaque élève traite -ils forment de petits groupes
Mise en commun et synthèse	Demande à un groupe de présenter leur travail, demande l'avis des autres et passe à la synthèse	Présentent leur production, dialoguent entre eux pour faire la synthèse.
Synthèse Soit $\vec{AC}$ le vecteur vitesse de l'avion. $\vec{AB}$ le vecteur vitesse du vent. Pour construire la résultante des deux forces, on doit construire le vecteur $\vec{AB} + \vec{AC}$. Le vent est représenté par plusieurs vecteurs égaux donc on peut déplacer parallèlement le vecteur vitesse du vent $\vec{AB}$ sur le vecteur $\vec{AC}$. Soit $\vec{CD}$. Pour obtenir la résultante de l'avion et du vent alors on fait $\vec{AC} + \vec{CD}$ et on trouve $\vec{AD}$. 		

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3min)

Séance 2

Travail à faire : Contrôle de présence (2min)

I- TRACE ECRITE

1- Somme des vecteurs

a- Vecteurs égaux

Soient A, B, C et D des points. $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux signifie qu'ils ont :

-la même direction

-le même sens

-la même longueur

Exemple : les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ de la résolution de la situation problème

b- Egalité de Chasles

A, B et D sont des points. D'après l'Egalite de Chasles, on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

c- Vecteurs opposés

A et B sont des points. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$



Deux vecteurs sont opposés s'ils ont la même direction, la même longueur mais de sens différents.

2- Opérations sur les vecteurs

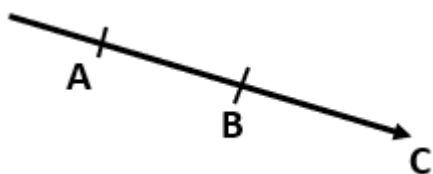
a- Somme de deux vecteurs de même direction

Relation de Chasles

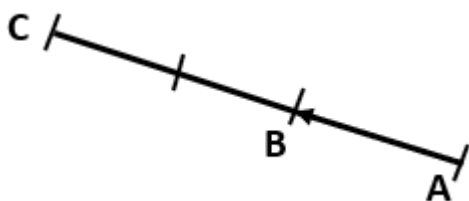
A, B et C sont trois points quelconques ; la somme des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ est $\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Le vecteur somme de deux vecteurs de même direction et de même sens a la même direction et le même sens que les vecteurs à sommer et sa longueur est la somme des longueurs des vecteurs à sommer.

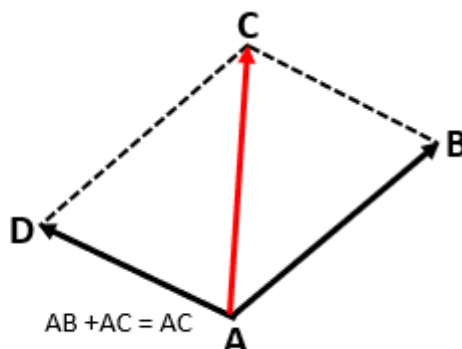
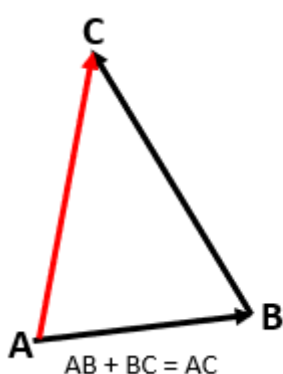


Le vecteur somme de deux vecteurs de même direction et de sens contraire a la même direction que les vecteurs à sommer mais son sens est celui du vecteur qui a la plus grande longueur et sa longueur est la différence entre la grande plus longueur et plus petite.



b- Somme de deux vecteurs de directions différentes

Pour construire la somme de deux vecteurs de directions différentes, il suffit de conserver l'un d'eux et de construire un vecteur égal au deuxième ayant pour origine l'extrémité du premier vecteur.



c- Calcul d'une somme de plusieurs vecteurs

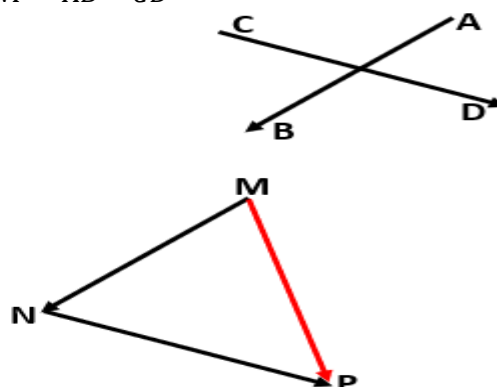
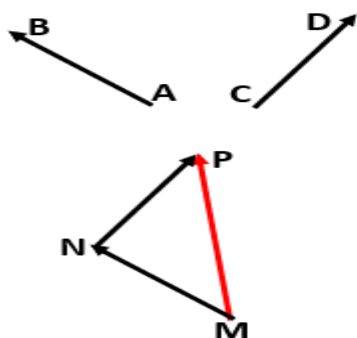
Pour effectuer une somme de plusieurs vecteurs, on peut déplacer et regrouper plusieurs vecteurs.

Exemple : A, B, C, D, E, F et P sont des points du plan. Simplifie l'écriture de la somme suivante :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FE} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{EF} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CP} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} \\ &= \overrightarrow{AP}\end{aligned}$$

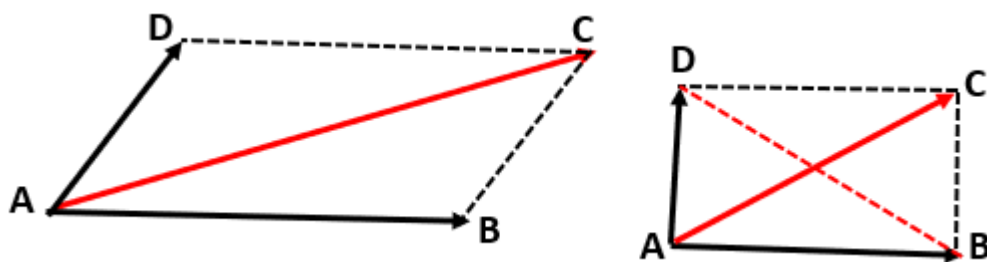
d- Représentation de la somme de deux vecteurs

Pour représenter la somme de deux vecteurs AB et CD dans le plan, on choisit les points M, N et P tels que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{CD}$. On obtient le vecteur $\overrightarrow{MP}$ tel que $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$



3- Transformation d'écriture

Dans chacun des cas, ABCD est un parallélogramme de centre O. Dites si les vecteurs en rouge sont les sommes des vecteurs représentés en bleu.



a- Différence de deux vecteurs

A, B et C sont des points du plan. On pose $\vec{CB} - \vec{CA} = \vec{CB} - (-\vec{AC})$

Le vecteur $\vec{CB} - \vec{CA}$ est la différence des vecteurs $\vec{CB}$ et $\vec{CA}$

$$\begin{aligned}\vec{CB} - \vec{CA} &= \vec{CB} + \vec{AC} \\ &= \vec{AC} + \vec{CB} \\ &= \vec{AB} \\ \vec{CB} - \vec{CA} &= \vec{AB}\end{aligned}$$

b- Réduire des sommes de vecteurs

A, B, C, E, F et P sont des points du plan. Simplifie l'écriture de la somme suivante :

$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{EF} - \vec{PC} + \vec{BC} + \vec{FE} &= \vec{AB} + \vec{EF} + \vec{CP} + \vec{BC} - \vec{EF} \\ &= \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CP} \\ &= \vec{AC} + \vec{CP} \\ &= \vec{AP}\end{aligned}$$

Justification : $\vec{CP} = -\vec{PC}$ (règle de calcul)

$\vec{EF} = \vec{0}$ d'après l'égalité de Chasles.

EXERCICE

A, B, C et D sont des points du plan ; réduis la somme $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DE}$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3min)

Exercice de maison :

Séance 3

Travail à faire : contrôle de présence

Solution

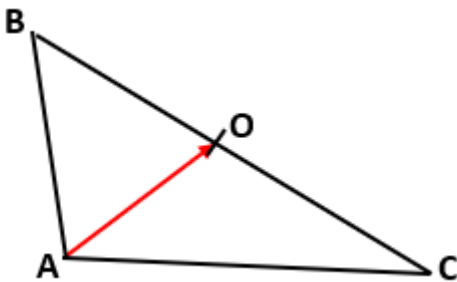
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} \\ &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE} \\ &= \overrightarrow{AE}\end{aligned}$$

4- Ecrire un vecteur comme somme ou différence de vecteurs

Activité

ABC est un triangle, O est un point du segment [BC]. Ecrire de deux manières différentes le vecteur $\overrightarrow{AO}$ comme une somme puis comme une différence de deux vecteurs.

Solution



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AO} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} & \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} &= \overrightarrow{CO} - \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{AB} & &= \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} & &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CO} \\ &= \overrightarrow{AO} & &= \overrightarrow{AO}\end{aligned}$$

Remarque

Pour effectuer certains calculs portant sur plusieurs vecteurs, il est souvent souhaitable de remplacer un vecteur par une somme ou par une différence de deux vecteurs.

5- Produit d'un vecteur par un nombre

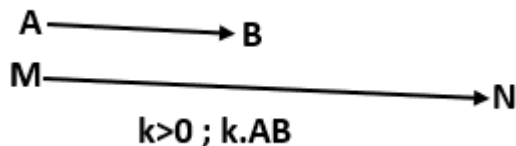
a- Activité

On donne le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le point M du plan. Construis le point N tel que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AB}$$

Compare les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $2\overrightarrow{AB}$

Solution



Les deux vecteurs ont même direction et même sens. On dit que le vecteur $2\overrightarrow{AB}$ est le produit du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par le réel 2.

Définition : On appelle produit d'un vecteur non nul $\overrightarrow{AB}$ par le nombre réel non nul k par le vecteur $\overrightarrow{MN}$ tel que :

- $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction
- $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont le même sens lorsque k est positif
- $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont de sens contraires lorsque k est négatif
- La distance $MN = |k|AB$

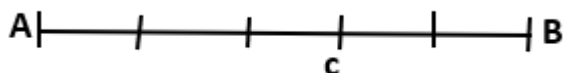
Le produit du vecteur nul par un nombre est un vecteur nul.

Exercice d'intégration

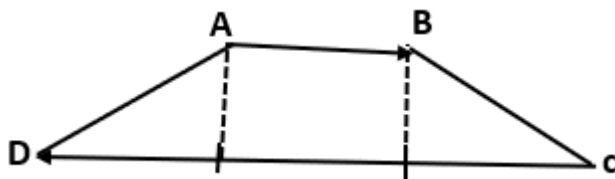
- 1- A et B sont des points du plan. Construis le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$
- 2- Les points A, B, C et D sont non alignés tels que $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Solution

- 1- Construisons le point C



- 2- Nature de ABCD



Le quadrilatère ABCD est un trapèze

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ou de même direction s'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ ou $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$

Activité d'apprentissage

A et B sont deux points du plan. Compare :

- a- $\frac{1}{3}(6\overrightarrow{AB})$ et $(\frac{1}{3} * 6)\overrightarrow{AB}$
b- $(-5)\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB}$ et $(-5+2)\overrightarrow{AB}$
c- $3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{CD}$ et $3(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})$

Solution

$$\begin{aligned} \text{a- } \frac{1}{3}(6\overrightarrow{AB}) &= \frac{1}{3} * 6\overrightarrow{AB} & (\frac{1}{3} * 6)\overrightarrow{AB} &= \frac{1}{3} * 6\overrightarrow{AB} \\ &= \frac{6}{3}\overrightarrow{AB} & &= \frac{6}{3}\overrightarrow{AB} \\ &= 2\overrightarrow{AB} & &= 2\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

Par conséquent, $\frac{1}{3}(6\overrightarrow{AB}) = (\frac{1}{3} * 6)\overrightarrow{AB}$

$$\begin{aligned} \text{b- } (-5)\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} &= (-5+2)\overrightarrow{AB} & (-5+2)\overrightarrow{AB} &= -3\overrightarrow{AB} \\ &= -3\overrightarrow{AB} \end{aligned}$$

Par conséquent $(-5)\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} = (-5+2)\overrightarrow{AB}$

2-) Propriétés

k et α sont des nombres réels ; on a :

- ° $k*(\alpha\overrightarrow{AB}) = (k*\alpha)\overrightarrow{AB}$
- ° $k\overrightarrow{AB} + \alpha\overrightarrow{AB} = (k+\alpha)\overrightarrow{AB}$
- ° $k\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{CD} = k(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$

Exercice d'intégration

A, B, C et D sont des points du plan. Simplifie les écritures suivantes :

- a- $3\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$
b- $(-3)(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD})$

3- Vecteurs et configurations

a- Vecteurs de même direction

Activité

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [BC]

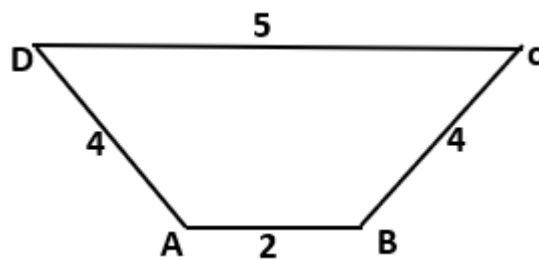
- 1- Justifies que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction
- 2- Démontres que le vecteur $\overrightarrow{CD} = (-2,5)\overrightarrow{AB}$
- 3- Exprime le vecteur $\overrightarrow{CD}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$
- 4- Cite :
 - a- Deux vecteurs de même de direction
 - b- Deux vecteurs de directions différentes

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3min)

Séance 4

Contrôle de présence

Solution



- 1- $(DC) \parallel (AB)$ alors les $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction
2- On dit que le vecteur $\overrightarrow{CD}$ est exprimé en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$; par démonstration on a :

$$\frac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{AB}} = \frac{5}{2} \text{ ou } \overrightarrow{DC} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB} = 2,5\overrightarrow{AB}$$

- 3- Exprimons le vecteur $\overrightarrow{DC}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\frac{\overrightarrow{DC}}{\overrightarrow{AB}} = \frac{5}{2} \text{ équivaut à } \overrightarrow{DC} = \frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$$

- 4- a) Deux vecteurs de même direction : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$
b) Deux vecteurs de directions différentes : $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{BC}$

Propriété

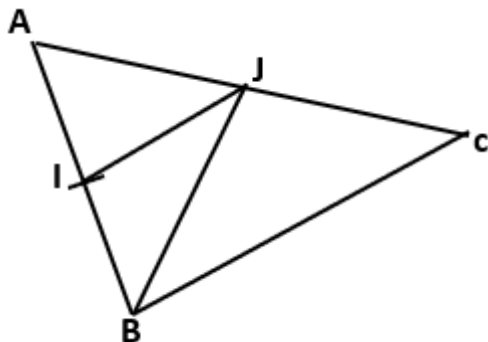
A, B, C et D sont 4 points du plan. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même direction équivaut à :

On peut trouver un même nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$

Exercice d'intégration

ABC est un triangle. I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC]. Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction et que $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{CI}$ n'ont pas la même direction.

Solution



I est milieu de [AB] et J milieu de [AC] donc $(IJ) \parallel (BC)$. Par conséquent les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ ont la même direction.

$(BJ) \cap (CI) = J$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{CI}$ n'ont pas la même direction.

Propriété

Un point I est milieu d'un segment [AB] ssi $\vec{AI} + \vec{BI} = \vec{0}$ ou $\vec{AI} = \frac{\vec{AB}}{2}$

b- vecteurs colinéaires

Alignement de trois points

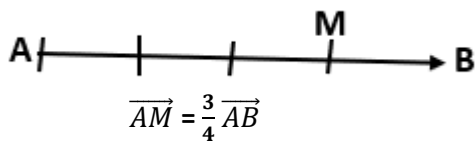
On dit que deux vecteurs sont colinéaires lorsqu'ils ont même direction ou l'un d'eux est le vecteur nul.

Remarques

Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur du plan

Propriété

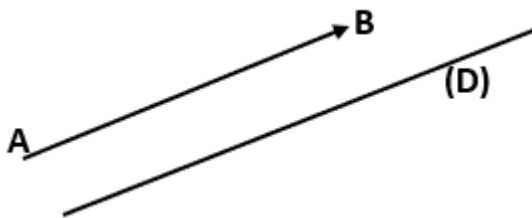
A et B sont deux points du plan. $M \in (AB)$ équivaut à $\vec{AM}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires



c- Vecteur directeur – droites

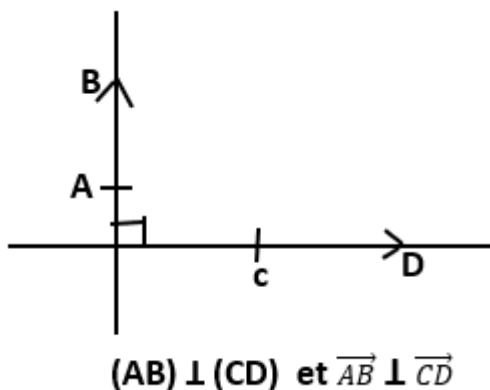
Définition

On dit que le vecteur non nul $\vec{AB}$ est un vecteur directeur de la droite lorsque les droites (AB) et (D) sont parallèles.



Vecteurs orthogonaux

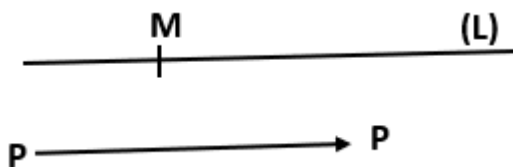
On dit que deux vecteurs non nuls sont orthogonaux lorsqu'ils sont des vecteurs directeurs de droites perpendiculaires.



Exercice d'intégration

M, P et Q sont 3 points non alignés du plan. Construis la droite (L) de vecteur directeur (PQ) et passant par le point M.

Solution



d- Langage géométrique – langage vectoriel

Langage géométrique	Langage vectoriel
I milieu de [AB]	$\vec{AB} = 2\vec{AI}$
A, B et M sont alignés	$\vec{AM} = k\vec{AB}$ avec $k \neq 0$
$(AB) \parallel (CD)$	$\vec{CD} = k\vec{AB}$ avec $k \neq 0$

• Formulation vectoriel des propriétés de Thalès

ABC est un triangle, k un nombre non nul, M un point de la droite (AB). N un point de la droite (AC). Les droites (MN) // (BC) équivaut à $\vec{AM} = k\vec{AB}$ et $\vec{AN} = K\vec{AC}$.

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> ALGEBRE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 2: Résoudre des problèmes faisant appel aux nombres entiers naturels, aux fractions, aux nombres décimaux relatifs, aux puissances et au calcul littéral

Thème : Calcul numérique

Leçon : NOMBRES REELS : intervalle, calculs approchés

Séances: 06

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis : *droite graduée*

Capacités	Contenus
Identifier	Un intervalle
Noter	Un intervalle
Lire	Un intervalle
Traduire	Un intervalle à l'aide d'une inégalité Une inégalité à l'aide d'un intervalle
Représenter	Un intervalle sur une droite graduée L'intersection ou la réunion de deux intervalles sur une droite graduée
Calculer	Intervalles dans $\mathbb{R}$ (intersection et réunion) - Calcul approché : Encadrement d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient Valeur approchée Usage de tables numériques et de calculatrices

Situation problème :

Un commerçant souhaite acheter un terrain dont l'aire est comprise entre 230 m² et 300 m² dans le village de POUDE pour y construire un magasin. A cet effet, il a contacté un propriétaire terrien. Celui-ci possède un terrain dont il ne retrouve pas l'extrait topographique. Cependant, il se rappelle que la longueur de son terrain est comprise entre 17 mètres et 18 mètres et la largeur entre 14 mètres et 15 mètres.

Pour savoir si son terrain répond aux critères du commerçant, il s'adresse à sa fille qui est en classe de troisième au CEG POUDE pour l'aider mais elle n'arrive pas.

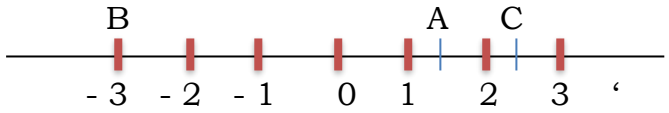
A partir de tes connaissances en mathématiques, aide la fille.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Trace une droite (D) régulièrement graduée puis marque les points A, B, C dont les abscisses sont respectivement 2,5 ; -3 ; 3,3	

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Longueur comprise entre 17 m et 18 m largeur entre 14 m et 15 m ; l'aire est comprise entre 230 m ² et 300 m ² 3) Vérifier si le terrain est convenable

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Désignons par L une longueur et l une largeur du terrain

Le plus petit aire possible : $A_1 = 17 \text{ m} \times 14 \text{ m}$ donc **$A_1 = 238 \text{ m}^2$**

Le plus grand aire possible : $A_2 = 18 \text{ m} \times 15 \text{ m}$ donc **$A_2 = 270 \text{ m}^2$**

Soit A l'aire du propriétaire terrien.

Cet aire A se trouve entre 238 m² et 270 m²



On remarque que l'aire du propriétaire terrien est contenue dans l'aire du terrain à acheter

Conclusion : Son terrain répond aux critères du commerçant

Travail à faire : Remplir le cahier de texte

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème après avoir contrôlé la présence	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I. Intervalles

1. Définition et notation

a et b sont des nombres tels $a < b$

Un intervalle est l'ensemble de tous les nombres compris entre a et b .

Exemple : L'ensemble des nombres réels compris entre 230 et 300 se note $]230; 300[$ et se lit « **intervalle ouvert** 230 ; 300 »

2. Vocabulaire

a et b sont les **bornes** des intervalles : $[a ; b]$, $]a ; b]$, $[a ; b[$ et $]a ; b[$

- a est la **borne inférieure** et b est la **borne supérieure**.
- La distance $b - a$ est appelé **amplitude** de ces intervalles.

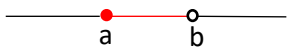
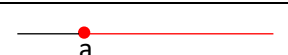
3. Définition et représentation d'un intervalle

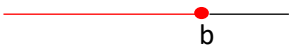
3.1. Définition :

a et b sont des nombres

Ecriture	Signification
$a < b$	a est strictement inférieure à b
$a > b$	a est strictement supérieur à b
$a \leq b$	a est inférieur ou égal à b
$a \geq b$	a est supérieur ou égal à b

3.2. Représentation d'un intervalle

Ecriture	Lecture	Ensemble des x tel que	Représentation
$[a ; b]$	Intervalle fermé a, b	$a \leq x \leq b$	
$[a ; b[$	Intervalle a, b fermé en a , ouvert en b	$a \leq x < b$	
$]a ; b]$	Intervalle a, b ouvert en a , fermé en b	$a < x \leq b$	
$]a ; b[$	Intervalle ouvert a, b	$a < x < b$	
$[a ; \rightarrow [$	Intervalle des nombres supérieurs ou égaux à a	$a \leq x$ ou $x \geq a$	

$]a ; \rightarrow [$	Intervalle des nombres plus grands que a	$a < x$ ou $x > a$	
$] \leftarrow ; b]$	Intervalle des nombres inférieurs ou égaux à b	$x \leq b$ ou $b \geq x$	
$] \leftarrow ; b[$	Intervalle des nombres plus petits que b	$x < b$ ou $b > x$	

4. Exercice d'intégration

Représente sur une droite graduée les intervalles suivants: $[-3 ; 1]$; $] -5 ; \rightarrow [$
Ecris sous forme d'intervalle chacun des ensembles des nombres suivants : $x \leq -2$;

$$-2 \leq x < 6 \text{ et } -4 < x < 3$$

Traduis à l'aide d'inégalité : $x \in [0 ; \rightarrow [$ et $[-10 ; 10]$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

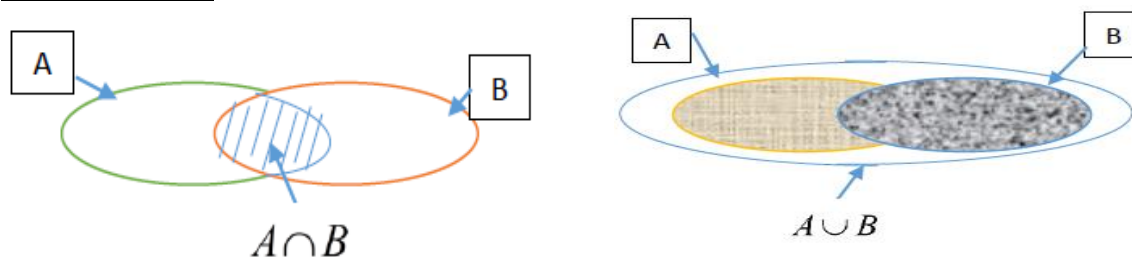
Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

5. Réunion et intersection d'ensembles

Présentation



a. Intersection d'ensembles

Soient A et B deux ensembles.

L'intersection des ensembles A et B est l'ensemble des éléments communs à A et B.

On note $A \cap B$ et se lit « A **inter** B »

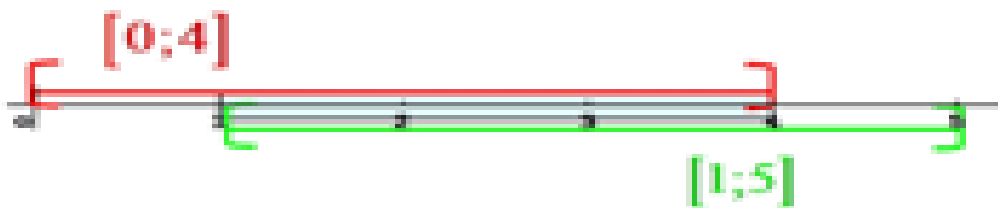
$x \in A \cap B$ équivaut à $x \in A$ et $x \in B$

Exemple 1 : $2 \in [0 ; 4] \cap [1 ; 5]$ car $2 \in [0 ; 4]$ et $2 \in [1 ; 5]$

$0,8 \notin [0 ; 4] \cap [1 ; 5]$ car $0,8 \notin [1 ; 5]$

Pour déterminer l'intersection de deux intervalles, on représente ces deux intervalles sur le même axe gradué et on repère la partie commune à ces deux intervalles.

Exemple 2 : Déterminons $[0 ; 4] \cap [1 ; 5]$



$$[0 ; 4] \cap [1 ; 5] = [1 ; 4]$$

b. Réunion d'ensemble

La réunion des ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou B.

On note $A \cup B$ et se lit A **union** B.

$x \in A \cup B$ équivaut à : $x \in A$ ou $x \in B$

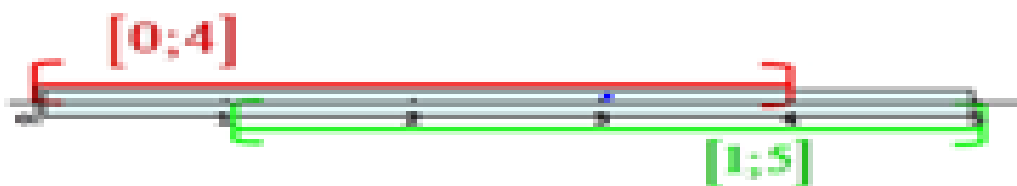
Exemple 1 : $0,8 \in [0 ; 4] \cup [1 ; 5]$ car $0,8 \in [0 ; 4]$

$6 \notin [0 ; 4] \cup [1 ; 5]$ car $6 \notin [0 ; 4]$ et $6 \notin [1 ; 5]$

Pour déterminer l'union de deux intervalles, on représente ces deux intervalles sur le même axe gradué et on repère les points du premier intervalle plus tous

les points du second intervalle.

Exemple 2 : Déterminons $[0 ; 4] \cup [1 ; 5]$



$$[0 ; 4] \cup [1 ; 5] = [0 ; 5]$$

EXERCICE D'INTEGRATION

Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

1) $I = [-1 ; 3]$ et $J =] 0 ; 4[$

2) $I =] \leftarrow ; -1]$ et $J = [1 ; 4]$

Solution

Déterminons l'intersection et la réunion des intervalles I et J

1) $I \cap J = [-1 ; 3] \cap] 0 ; 4[=] 0 ; 3]$

$$I \cup J = [-1 ; 3] \cup] 0 ; 4[= [-1 ; 4[.$$

2) $I \cap J =] \leftarrow ; -1] \cap [1 ; 4] = \emptyset$ car les ensembles I et J n'ont pas de zone en commun. On dit que les ensembles I et J sont disjoints

$$I \cup J =] \leftarrow ; -1] \cup [1 ; 4]$$

EXERCICE DE MAISON

On donne les intervalles suivants : $A = [-2 ; 4[$; $B = [2 ; 8]$; $C = [-2 ; 1[$; $D = [3 ; 8]$

Détermine $\cap B$; $A \cup B$; $C \cap D$ et $C \cup D$. Que peut – on dire des ensembles C et D

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II. Calcul approché

• A l'aide de la calculatrice

Soit $\sqrt{19} = 4,358898943554 \dots$

Ce nombre est une valeur approchée de $\sqrt{19}$

• Encadrement de $\sqrt{19}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

On a : $4,35 < \sqrt{19} < 4,36$

- 4,35 est une valeur approchée à 10^{-2} près (d'ordre 2) par défaut de $\sqrt{19}$
- 4,36 est une valeur approchée à 10^{-2} près (d'ordre 2) par excès de $\sqrt{19}$

III. Encadrement d'un nombre réel

1. Encadrement d'une somme

a ; b ; c et d sont des nombres réels

- Si $a < b$ et $c < d$ alors $a + c < b + d$

Exemple : $3,14 < \frac{22}{7} < 3,15$ et

$$1,41 < \sqrt{2} < 1,42$$

On a : $3,14 + 1,41 < \frac{22}{7} + \sqrt{2} < 3,15 + 1,42$

$$4,55 < \frac{22}{7} + \sqrt{2} < 4,57$$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2. Encadrement d'une différence

Méthode :

Pour encadrer la différence $(a - b)$ connaissant un encadrement de a et b , on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $(-b)$ de même sens que celui de a .
- On détermine un encadrement de la somme $a + (-b)$

Exemple : On donne $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ et $3,14 < \frac{22}{7} < 3,15$. Encadrons $\frac{22}{7} - \sqrt{2}$

Encadrement de $-\sqrt{2}$

On a : $-1,42 < -\sqrt{2} < -1,41$

$$3,14 < \frac{22}{7} < 3,15$$

$$3,14 - 1,42 < \frac{22}{7} - \sqrt{2} < 3,15 - 1,41$$

$$1,72 < \frac{22}{7} - \sqrt{2} < 1,74$$

3. Encadrement du produit

• Propriété

a, b, c et d sont des nombres réels positifs.

Si $a < b$ et $c < d$ alors $ac < bd$

Exemple : on donne : $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$

$$1,732 < \sqrt{3} < 1,733$$

Encadrement de $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2

$$1,414 \times 1,732 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 1,415 \times 1,733 \text{ ce qui donne } 2,44989748 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2,452195$$

A l'ordre 2 on a : $2,44 < \sqrt{2} \times \sqrt{3} < 2,45$

4. Encadrement du quotient

• Propriété

Deux nombres de même signe et différents de 0 sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses

a et b sont deux nombres de même signe et différents de 0.

$$a < b \text{ équivaut à } \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$$

Exemple : Trouvons un encadrement d'ordre 2 de $\frac{5}{\sqrt{2}}$

Encadrement de $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\text{On a } \frac{1}{1,42} < \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{1}{1,41}$$

$$5 \times \frac{1}{1,42} < 5 \times \frac{1}{\sqrt{2}} < 5 \times \frac{1}{1,41}$$

$$\text{D'où } 3,52 < \frac{5}{\sqrt{2}} < 3,53$$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 6

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Séance 6 : remédiation

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

Nom :	Année scolaire : 2022-2023
Prénom (s) :	Fiche :
Etablissement :	Durée : Du au
Classe : 3 ^E	Spécialité: GEOMETRIE
Effectif :	Contact (s) :

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 4: OUTIL VECTORIEL – GEOMETRIE ANALYTIQUE

Leçon 1: COORDONNEES ET CALCULS DANS UN REPERE

Séances: 05

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Programme APC ; Guide d'exécution du programme APC ; Livre de mathématiques CIAM 3^E ; Anciennes fiches pédagogiques ; Extraits des épreuves des BEPC au Togo

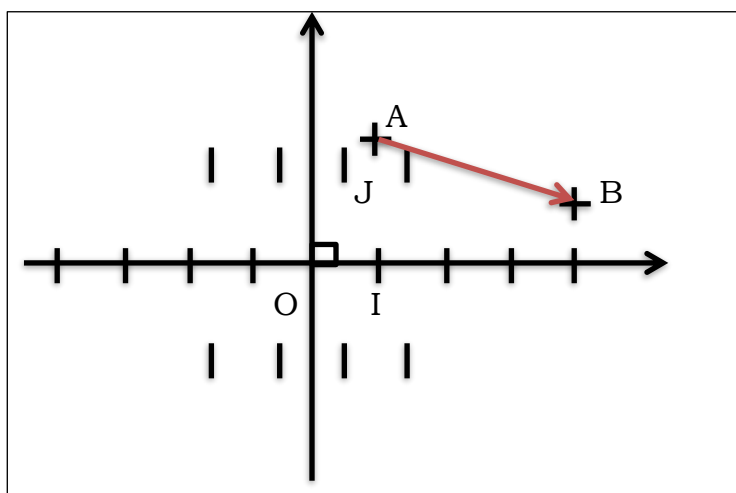
Prérequis : coordonnées d'un point dans un repère

Capacités	Contenus
Reconnaitre / Identifier	- Coordonnées d'un vecteur : définition, notation - Coordonnées d'un point dans un repère
Lire	- Lecture sur un graphique des coordonnées d'un vecteur
Calculer	- Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant celles de A et de B - Coordonnées d'une somme de vecteurs - Coordonnées d'un produit d'un vecteur par un nombre réel - Coordonnées du milieu d'un segment - Distance entre deux points (dans un repère orthonormé) - Norme d'un vecteur (dans un repère orthonormé)
Justifier	- Vecteurs égaux - Vecteurs colinéaires - Vecteurs orthogonaux (dans un repère orthonormé)

Situation problème :

Ton camarade SHAMIRA de 4^E a trouvé la figure ci-contre dans un livre de maths où il est question de trouver les coordonnées des points A et B et du vecteur $\overrightarrow{AB}$ dans le repère (O ; I ; J). Mais elle éprouve des difficultés pour le faire.

Aide-la en lui donnant les coordonnées de A et B, et les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ (en prenant le point A comme origine du repère pour le vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis trouve une formule



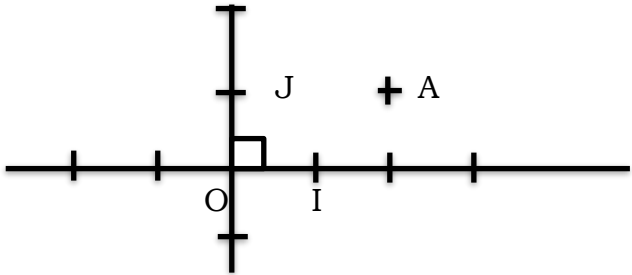
pour calculer les coordonnées de ce vecteur à partir des coordonnées des points A et B

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Dans un repère orthonormé (O ; I ; J), place le point le point E (2 ; 1)	

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quel est problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Donne des réponses en fonction de ce que demande le sujet (coordonnées de A, B et $\overrightarrow{AB}$)

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Coordonnées des points : $A(1 ; 2)$ et $B(4 ; 1)$

Coordonnées du vecteur : $\overrightarrow{AB}(3 ; -1)$

Formule : $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$ car $4 - 1 = 3$ et $1 - 2 = -1$

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I/ Reconnaître / Identifier

1. Coordonnées d'un point :

1.a) A partir d'une figure donnée :

Dans la situation problème, nous avons obtenu $A(1 ; 2)$ et $B(4 ; 1)$

Pour le point A :

1 est **l'abscisse** et se note x_A

2 est **l'ordonnée** et se note y_A

Le couple $(x_A ; y_A)$ est le **couple de coordonnées** du point A.

1.b) A partir d'un repère donné :

Dans un repère (O ; I ; J) du plan, si $\overrightarrow{OA} = x \overrightarrow{OI} + y \overrightarrow{OJ}$ alors on a $A(x ; y)$

Exercice de maison :

CIAM 3^E page 56 exercice 1

2. Coordonnées d'un vecteur :

Dans la situation problème, nous avons obtenu $\overrightarrow{AB}(3 ; -1)$

Pour le vecteur $\overrightarrow{AB}$:

3 est **l'abscisse** et se note $x_{\overrightarrow{AB}}$

- 1 est **l'ordonnée** et se note $y_{\overrightarrow{AB}}$

Le couple $(x_{\overrightarrow{AB}} ; y_{\overrightarrow{AB}})$ est le **couple de coordonnées** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Je retiens :

Connaissant les coordonnées des points A et B, on a $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

Exercice de maison :

CIAM 3^E page 56 exercices 2 ; 3 ; 9

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II/ Calculer :

1. Coordonnées d'une somme de vecteurs:

Soient deux vecteurs connus $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y)$ dans un repère

Les coordonnées de la somme des deux vecteurs sont $(x + x'; y + y')$

2. Coordonnées d'un produit d'un vecteur par un nombre réel:

Soit le vecteur connu $\vec{u}(x; y)$ dans un repère

Les coordonnées du vecteur $k\vec{u}$ sont $(kx; ky)$ avec k un nombre réel.

Exercices :

CIAM 3^E page 56 exercices 5 ; 10 ; 11

3. Coordonnées du milieu d'un segment :

Activité :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) marque les points A(4 ; 0) ; B(2 ; 4) et M milieu de [AB].

1. Par simple lecture, donne les coordonnées du point M.

2. Trouve une formule de calcul des coordonnées de M à partir de celles de A et B

Solution :

1. Coordonnées du point M

M(3 ; 2)

2. Formule :

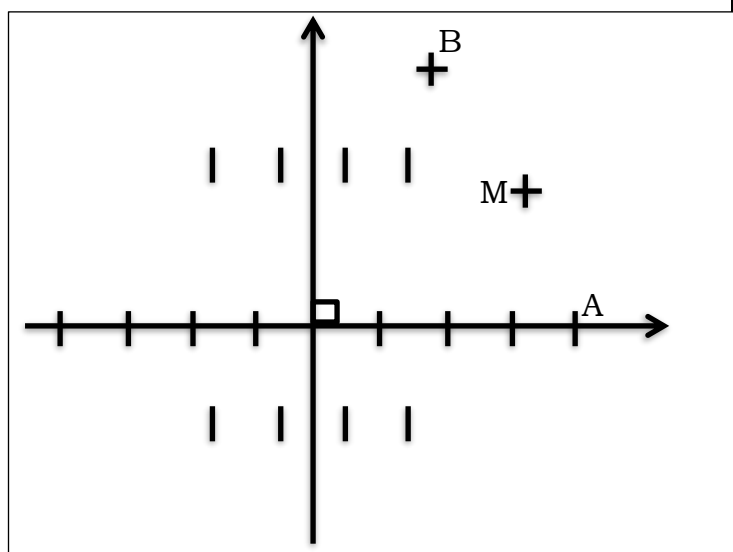
$$\mathbf{M} \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Preuves :

Remarquons que :

$$\frac{x_A + x_B}{2} = 3$$

$$\frac{y_A + y_B}{2} = 2$$



Je retiens :

Si le point M est le milieu du segment [AB] alors on a $\mathbf{M} \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

Application :

CIAM 3^E page 55 exercices 3.d et 3.e

4. Distances de deux points :

A et B sont des points du plan dont les coordonnées sont connues.

La distance de A et B est :

$$\mathbf{AB = d(A ; B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

NB : La norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$ se calcule par la formule $\sqrt{(x_{\overrightarrow{AB}})^2 + (y_{\overrightarrow{AB}})^2}$ ou par la formule $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Exercice de maison :

CIAM 3^E page 55 exercices 3.f et 3.g

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II/ Justifier :

1. Egalité de deux vecteurs:

Soient deux vecteurs connus $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y)$ dans un repère

$\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ équivaut à $x = x'$ et $y = y'$

Application :

CIAM 3^E page 50 exercices 1.a / CIAM 3^E page 57 exercices 21 / page 58 exercice 35

2. Vecteurs colinéaires:

Soient deux vecteurs connus $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y)$ dans un repère

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si $xy' - x'y = 0$.

3. Vecteurs colinéaires:

Soient deux vecteurs connus $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y)$ dans un repère

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si $xy' - x'y = 0$.

Exercices :

CIAM 3^E page 52 exercices 2.a ; 2.b / CIAM 3^E page 53 exercices 2.c ; 2.d

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Séance d'exercices de synthèse sur le chapitre et remédiation éventuelle

EXERCICE 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).

1. Place les points A(6 ; - 1) ; B(2 ; - 2) et C(5 ; 3).
2. Démontre que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.
3. Calcule les distances AB, AC et BC.
4. Quelle est la nature du triangle ABC ?
5. Trouve les coordonnées du point K centre du cercle circonscrit au triangle ABC ; calcule son rayon.

Extrait du BEPC 2018

EXERCICE 2

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J), on donne les points B ; A et C définis par : $\vec{OA} = 3\vec{OI} + 4\vec{OJ}$; $\vec{OB} = 8\vec{OI} + 4\vec{OJ}$ et $\vec{OC} = -8\vec{OJ}$

1. Trouve les coordonnées des points A, B et C puis place-les dans le repère.
2. Calcule les distances AB et AC puis déduis la nature du triangle ABC.

3. Soit K le milieu de [BC].
a) Calcule les coordonnées de K.
b) Démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Extrait du BEPC 2016

EXERCICE 3

1. L'unité est le centimètre. Dans un repère orthonormé (O ; I ; J) place les points B (4 ; 0) ; E(2 ; 8) et P(4 ; 4). La figure sera complétée au fur et à mesure.
2. Calcule les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{EP} = \overrightarrow{BC}$.
3. Calcule les coordonnées du point R milieu de [EC].
4. a) Détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BP}$ et $\overrightarrow{ER}$.
b) Montre que les droites (BP) et (ER) sont perpendiculaires.
c) Quelle est la nature du quadrilatère BEPC ? Justifie ta réponse.

Extrait du BEPC 2016

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

Nom :	Année scolaire : 2022-2023
Prénom (s) :	Fiche :
Etablissement :	Durée : Du au
Classe : 3 ^E	Spécialité: ALGEBRE
Effectif :	Contact (s) :

Compétence 2: Résoudre des problèmes faisant appel aux nombres entiers naturels, aux nombres décimaux relatifs, aux puissances et au calcul littéral.

Thème 2: **Programme de calcul-calcul littéral**

Leçon 4: **Equations-Inéquations dans IR**

Séances: 06

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème, livre CIAM 3ème

Prérequis : Equations-Inéquations vu en classe de 4^{ème}

Capacités	Contenus
Reconnaître	- Equation, inéquation du premier degré dans IR - Système d'inéquations du premier degré dans IR.
Résoudre	- Equations et Inéquations du premier degré dans IR : ▪ Equations du premier degré à une inconnue dans IR : $ax + b = cx + d$ ▪ Exemples d'équations se ramenant à une équation du premier degré dans IR : $(ax + b)(cx + d) = 0$; $x^2 = a$ ▪ Inéquations du premier degré dans IR : $ax + b < cx + d$ ▪ Exemples de systèmes de deux inéquations du premier degré dans IR
Modéliser un problème	Problèmes conduisant à la résolution : - d'une équation/inéquation du premier degré dans IR - d'un système d'inéquations du premier degré dans IR

Situation problème :

Maman Kodjo est une revendeuse de gâteaux au grand marché. Avant de partir au marché elle a oublié de compter le nombre de gâteaux, arrivé elle a vendu 35 gâteaux à 50F l'unité puis elle demande à son fils de lui vendre le reste. Kodjo a vendu tout le reste à 50f l'unité et la somme total des 35 gâteaux en plus le reste faisait 18550F. Au retour du marché, maman voulait connaître le nombre total de gâteau et celui vendu par Kodjo, demande à ce dernier mais il n'y arrive pas. A Partir de vos connaissances sur équations et inéquations vu en classe de 4^{ème}, aidez Koffi à trouver le nombre de gâteaux qu'il a vendu puis le nombre total de gâteaux vendu.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Résous l'équation suivante : $2x + 4 = -2$	Résolvons : $2x + 4 = -2$ $2x = -2 - 4$ $2x = -6$ $x = -3$ -3 est la solution de l'équation $2x + 4 = -2$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) 35 gâteaux vendus à 50F l'un ; somme total des 35 gâteaux en plus le reste faisait 18550F 3) Trouver le nombre de gâteaux qu'il a vendu puis le nombre total de gâteaux vendu

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Données : Ce que je connais : 35 gâteaux vendus à 100F l'unité par maman Kodjo ; le prix total des gâteaux vendu par Kodjo et cel des 35 gâteaux vendus par sa maman Choix d'inconnue (ce que je cherche) : soit x le nombre de gateaux vendu par kodjo

Mise en équation

$$35 \times 50 + 50x = 18550$$

$$50(35 + x) = 18550$$

$$35 + x = \frac{18550}{50}$$

$$35 + x = 371$$

$$x = 371 - 35$$

$$x = 356$$

Conclusion : Kodjo a vendu 356 gâteaux

Le nombre total de gâteaux que maman Kodjo avait amené au marché est 371

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème après avoir contrôlé la présence	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I- Reconnaître

1- Equations et inéquations du premier degré dans IR

- ❖ Une équation est une égalité entre deux expressions littérales contenant des nombres inconnus représentés par des lettres.

Exemple : $4x - 25 = 0$

- ❖ Une inéquation est une inégalité entre deux expressions littérales contenant des nombres inconnus représentés par des lettres

Exemple : $6x + 12 > -3x - 3$; $2x - 1 < 5$

2- Système d'inéquation du premier degré dans IR

Soient les inéquations suivantes : $(I_1): 3x - 6 \leq 0$; $(I_2) - 2x + 3 > 0$

Lorsqu'on veut trouver l'ensemble des solutions communes de ces deux inéquations, alors on est amené à résoudre le système de deux inéquations d'inconnue x qu'on note :

$$\begin{cases} 3x - 6 \leq 0 \\ -2x + 3 > 0 \end{cases}$$

Toute écriture sous cette forme est appelée **système d'inéquation du premier degré à une inconnue**

Exercice de maison

Résous chacune des inéquations du système d'inéquations

Travail à faire : Remplir le cahier de texte

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Travail à faire : Contrôle de présence et correction de l'exercice de maison

II-Résoudre

1-Equations et inéquations du premier degré dans IR

a-Equation du premier degré à une inconnue dans IR : $ax + b = cx + d$

Résoudre une équation signifie trouver toutes les valeurs possibles des inconnues pour lesquelles l'égalité est vraie

Exemple

Résolvons l'équation suivante :

$$(E_1) : 3x - 4 = 2x + 5$$

$$3x - 4 = 2x + 5$$

$$3x - 2x = 5 + 4$$

$$x = 9$$

On dit que 9 est la solution de l'équation (E_1) : On note $S = \{9\}$. L'ensemble $\{9\}$ se lit singleton 9 (un singleton est un ensemble qui contient un seul élément).

b-exemples d'équation se ramenant à une équation du premier degré dans IR :

$$(ax + b) = (cx + d) = 0 ; x^2 = a$$

- ❖ Pour résoudre une équation du type (E): $(ax + b) = (cx + d) = 0$, on résout séparément les équations $ax + b = 0$ et $cx + d = 0$. L'ensemble des solutions de l'équation (E) est constitué des solutions de chacune des équations.

Exemple

$$(2x + 4)(4x - 2) = 0$$

$$(2x + 4)(4x - 2) = 0 \text{ équivaut } 2x + 4 = 0 \text{ ou } 4x - 2 = 0$$

$$2x = -4 \text{ ou } 4x = 2$$

$$x = \frac{-4}{2} \text{ ou } x = \frac{2}{4}$$

$$x = -2 \text{ ou } x = \frac{1}{2} \text{ donc}$$

$$S = \left\{ -2 ; \frac{1}{2} \right\}$$

- ❖ Pour résoudre une équation du type $x^2 = a$, on peut procéder comme suit :
 - Lorsque a est positif, on transforme cette équation pour la ramener à la forme $(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a}) = 0$
 - Lorsque a est négatif, l'équation $x^2 = a$ n'a pas de solution et on note : $S = \emptyset$ ou $S = \{ \}$ (ensemble vide)
 - L'équation $x^2 = 0$ a une solution unique : 0

Exemple

Réolvons l'équation (E) : $x^2 = 3$

$$x^2 - 3 = 0 \text{ équivaut à } x^2 - (\sqrt{3})^2 = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$x - \sqrt{3} = 0 \text{ ou } x + \sqrt{3} = 0$$

$$x = \sqrt{3} \text{ ou } x = -\sqrt{3}$$

$$S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$$

c-Inéquations du premier degré dans IR : $ax + b < cx + d$

Résoudre une inéquation signifie de trouver toutes les valeurs possibles des inconnues pour lesquelles l'inégalité est vraie

Exemple

Réolvons l'inéquation suivante e représentons graphiquement l'ensemble des solutions (I) : $-3x + 2 < -4x + 3$

$$-3x + 4x < 3 - 2$$

$x < 1$ les solutions de l'inéquation (I) sont tous les plus petits que 1.

L'ensemble des solutions de (I) est :

$$S =] \leftarrow; 1[$$

d-Exemple de systèmes de deux inéquations du premier degré dans IR

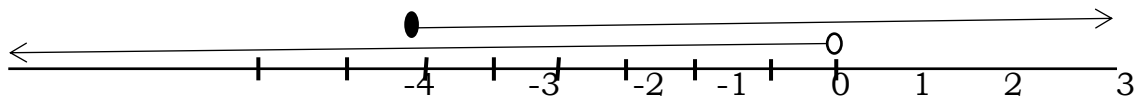
Exemple

Réolvons le système suivant : $\begin{cases} 2x - 8 < 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$

$$2x - 8 < 0 \text{ équivaut à } 2x < 8$$

$$x < 4 \text{ donc } S_1 =] \leftarrow; 4[$$

$$x + 2 \geq 0 \text{ équivaut à } x \geq -2 \text{ donc } S_2 = [-2 ; \rightarrow[$$



4

L'ensemble des solutions du système est : $S = [-2 ; 4[$

Evaluation

1- Résous les équations suivantes :

$$(E_1) : 5x - 12 = -13x + 6 / (E_2) : (2x - 1)(-3x + 5) = 0 / (E_3) : x^2 = -2 / (E_4) : -x^2 = -4$$

2- Résous les inéquations suivantes :

$$(I_1) : \frac{-3}{4}x + 4 < 3x + 6 ; \quad (I_2) : 2 - 3x \geq 7x + 4$$

3- Résous le système d'inéquation suivante : (I) $\begin{cases} -x + 3 > 5 \\ 2x - 7 \leq 3 \end{cases}$

Exercice de maison : livre CIAM page 167 N°1 ; N°5

Travail à faire : Remplir le cahier de texte

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Travail à faire : Contrôle de présence et correction de l'exercice de maison

III- Modaliser un problème : problème conduisant à la résolution

1- D'une équation ou inéquation u premier degré dans IR

Exemple

Au marché d'Assiganmè, maman VITAGO a acheté des œufs à 40f l'unité. Sa fille **Alice** très agitée en casse 10. Elle revend le reste à 50f l'unité et réalise un bénéfice égal au huitième du prix d'achat des œufs. AFI, la grande sœur d'Alice veut savoir le nombre d'œufs achetés par sa mère maman VITAGO au marché ainsi que le bénéfice réalisé mais elle n'y arrive pas.

- A partir de tes connaissances antérieures sur la notion d'équations – d'inéquations et en désignant par x le nombre d'œufs achetés, traduit par une équation la situation décrite puis aide la sœur d'Alice à trouver satisfaction.

solution

- Choix d'inconnu (ce que je cherche)

Désignons par x le nombre d'œuf acheté

- Mise en équation :

- Le prix d'achat des œufs : $40 \times x = 40x$
- Nombre d'œufs vendus : $x - 10$
- Le prix de vente des œufs : $50(x - 10)$
- Le bénéfice réalisé : $\frac{40x}{8} = 5x$.

$$\text{Prix de vente} = \text{prix d'achat} + \text{bénéfice}$$

On obtient l'équation (E) : $50(x - 10) = 40x + 5x$

- Résolution de l'équation

Cherchons donc le nombre d'œufs achetés

$$(E) : 50(x - 10) = 40x + 5x$$

2-D'un système d'inéquations du premier degré dans IR

Exemple

Koffi ne veut pas dépenser plus de 1400F pour s'acheter des cahiers de 300F l'unité mais avoir un nombre de cahier inférieur à 6 mais le plus grand possible. Combien de cahiers peut-il donc acheter ?

Solution

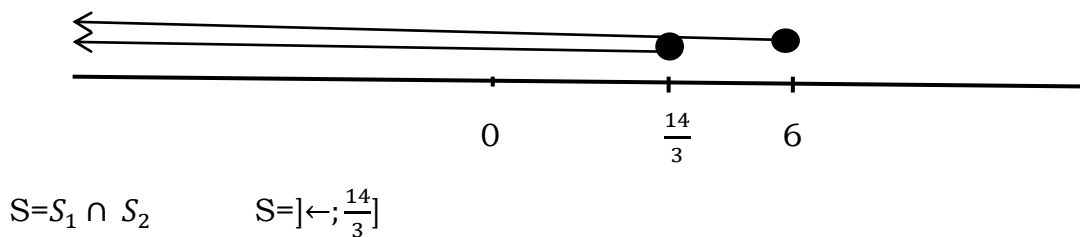
- Ce que je connais : prix d'un cahier à 300F
- Contraintes :
 - ✓ La dépense ne va pas dépasser 1400F
 - ✓ Le nombre de cahier ne doit être inférieure à 6 mais plus grand possible
- Ce que je cherche : le nombre de cahier qu'on peut acheter. Soit x le nombre de cahier
- Mise en inéquation :
$$300x \leq 1400$$
$$x < 6$$

On obtient le système d'inéquation du premier degré à une inconnue suivant :
$$\begin{cases} 300x \leq 1400 \\ x < 6 \end{cases}$$

- Résolution

$300x \leq 1400$ équivaut à $x \leq \frac{14}{3}$ on a $S_1 =]\leftarrow; \frac{14}{3}]$

$x < 6$ on a $S_2 =]\leftarrow; 6]$



Evaluation

I/ La maman d'Amélé a acheté la quantité de pommes à 100f l'unité. Elle a donné 5 à sa fille et a vendu le reste à 125f l'unité. Elle réalise un bénéfice égal au cinquième du prix d'achat.

- Montre que le nombre de pommes achetées par la maman d'Amélé est solution d'une équation que l'on déterminera
- En déduire le nombre de pommes achetées
- Quel est le bénéfice réalisé

II/ Résoudre dans IR

$$a-) 3x + 1 < 0 ; b-) 3x - 2 \leq 5x + 4 ; c-) (x + 3)(4x - 6) = 0 ; d-) x^2 = 6$$

Solution

a) Montrons que le nombre de pommes achetées est solution d'une équation

- Choix de l'inconnue

Désignons par P le nombre de pommes achetées (P est donc un nombre entier naturel plus grand que 0)

- Mise en équation

- Prix d'achat de la pomme : $100P$
- Nombre de pommes vendues : $P-5$
- Bénéfice réalisé : $1/5(100P) = 100P/5 = 20P$

$$\text{Prix de vente} = \text{Prix d'achat} + \text{Bénéfice} : 125(P-5) = 100P + 20P$$

P étant le nombre de pommes achetées, il en résulte que le nombre de pommes achetées est solution de l'équation : $125(P-5) = 100P + 20P$

b) Nombre de pommes achetées

- Résolution de l'équation

$$125(P-5) = 100P + 20P$$

$$125P - 625 = 120P$$

$$125P - 120P = 625$$

$$5P = 625$$

$$P = 625/5$$

$$P = 125$$

- Vérification

$$\text{Prix d'achat} : 100 \times 125 = 12500$$

$$\text{Bénéfice } 20 \times 125 = 2500 = 1/5 \times 12500 \text{ de Bénéfice} = 1/5 \text{ du Prix d'achat}$$

Le nombre de pommes achetées est 125 et le bénéfice réalisé est 2500f

Séance 5 et 6

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

- Instaurer un débat pour ajuster les solutions
- Corriger les quelques petites erreurs des élèves

Trace écrite

Travail à faire : contrôle de présence

EXERCICES DE REMEDIATION

I/ Dans un triangle ABC on a mes $\hat{A}=33^\circ$ et la mesure de l'angle B est le double de celle de $\hat{C}$. Calcul les mesures des angles B et $\hat{C}$

II/ Résoudre dans IR

$$(E1) : -2/3x+1=3/2x-4/5 \quad (E2) : (x+3)(4x-6)=0 \quad (E3) : x^2=6 \quad (I1) : 5(x-1) \geq 2x-3$$

$$(I2) : 4x-6 < 2x-3$$

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

Nom :	Année scolaire : 2022-2023
Prénom (s) :	Fiche :
Etablissement :	Durée : Duau
Classe : 3 ^E	Spécialité: GEOMETRIE
Effectif :	Contact (s) :

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 2: **CONFIGURATIONS DU PLAN**

Leçon 4: **PYRAMIDES**

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis : **Calcul de l'aire d'un carré, d'un rectangle**

Capacités	Contenus
Reconnaitre / Identifier un solide, décrire un solide	Pyramide : définition vocabulaire et caractéristiques
Construire le patron d'un solide	Patron d'une pyramide
Réaliser el solide à partir du patron	Pyramide
Représenter en perspective cavalière	Pyramide régulière à base carrée
Calculer des grandeurs	Aire latérale, aire totale, volume d'une pyramide régulière

Situation problème :

L'oncle de ton amie BLANDINE ramène de PARIS un savon cubique de 20 cm d'arête. Pour donner un cadeau de Noël à sa nièce, il lui propose de découper de ce savon un jouet de forme pyramidale (pour son petit frère) dont la base est l'une des faces du savon et le sommet le centre du plan qui fait face à la base du savon. Mais BLANDINE éprouve des difficultés pour satisfaire son oncle et te demande l'aider.

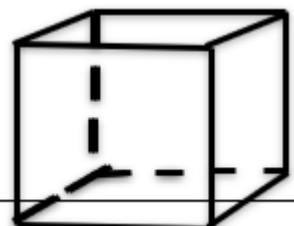
Pour permettre à BLANDINE de gagner le cadeau d'une valeur de 100 euros, propose-lui une représentation en perspective cavalière du jouet en prenant l'inclinaison 30° et 0,8 comme coefficient de réduction tout en précisant le nombre de faces de ce jouet.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions – Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Dessine en perspective cavalière un cube d'arête 4cm avec $\alpha^\circ = 45^\circ$ et $k = 0,5$	Fuyante = arête $\times k = 4\text{cm} \times 0,5 = 2\text{cm}$ 

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) arête du cube = 20 cm Inclinaison = 30° ; Coefficient de réduction = 0,8 3) Dessin d'une pyramide en perspective cavalière

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

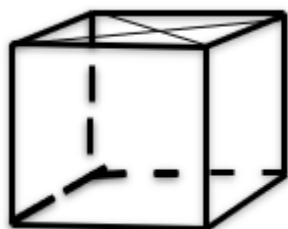
Synthèse (5 minutes)

Echelle : 1cm pour 5 cm

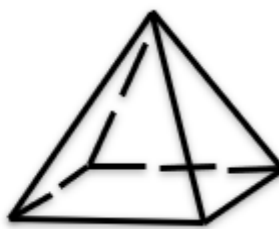
Arête du cube = 20 cm : 5 = 4 cm

Longueur de la fuyante = 4 cm x 0,8 = 3,2 cm

Représentation :



Cube



Pyramide (jouet)

Nombre de faces de la pyramide : 4 faces

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Contrôle la présence et présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

1-Definition, vocabulaire et les caractéristiques :

1-1- Pyramide

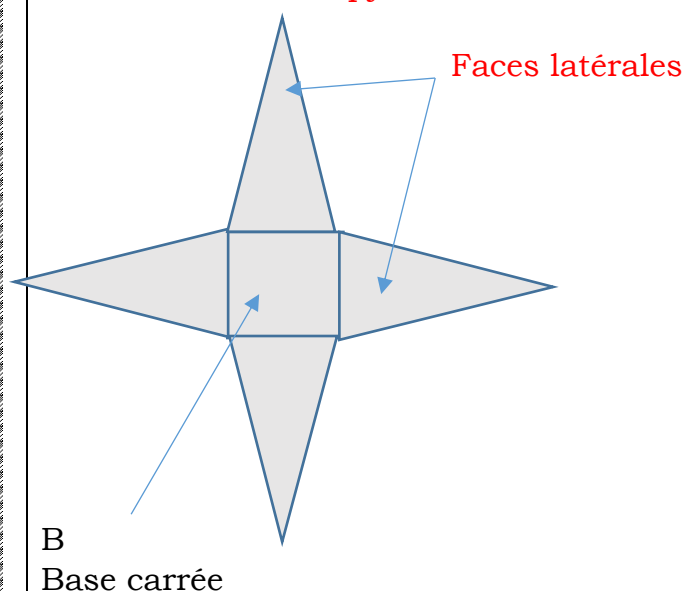
- une pyramide régulière est un solide dont sa base est un polygone régulier (carré, triangle équilatéral, etc.) et les faces des triangles isocèles et superposables

Une pyramide est un solide dont :

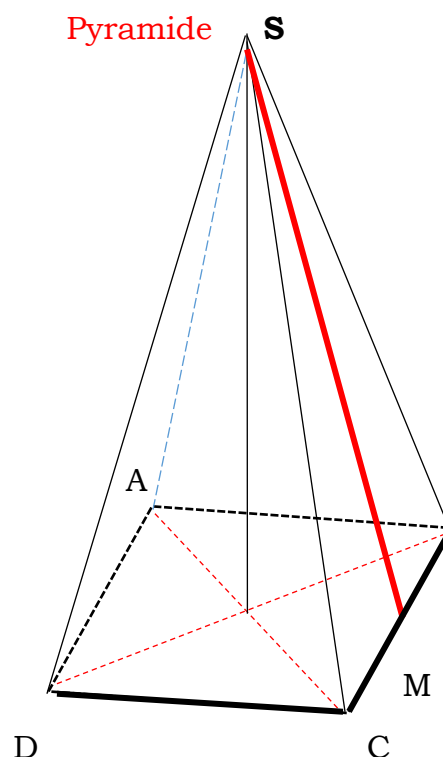
- Une de ses faces est un polygone appelé base
- toutes les autres faces sont des triangles qui ont un sommet de la pyramide appelées faces latérales
- la distance entre le sommet de la pyramide et sa base est appelée hauteur de la pyramide

1--2-Patron d'une pyramide ; pyramide régulière en perspective cavalière

Patron d'une pyramide



Pyramide



- Lorsque la base d'une pyramide est un triangle alors cette pyramide est appelée **tétraèdre**
- On appelle apothème de la pyramide régulière, chacune des hauteurs des faces latérales triangulaires issue du sommet. [SM] est l'apothème du triangle SOM

rectangle en O , donc d'après la propriété de Pythagore on a : $SM^2 = SO^2 + OM^2$

$$; \quad SM = \sqrt{(SO^2 + OM^2)}$$

- Le sommet **S** est le sommet principal de la pyramide
- Les segments [SA], [SB], [SC] et [SD] sont les arêtes.
- Les triangles SAB, SDA, SCD et SBC sont les faces latérales
- Le polygone ABCD est la base

EXERCICE D'INTEGRATION

Complète : une pyramide est un**a**...dont une face est un**b**...appelée base. Une pyramide est dite**c**...lorsque sa base est un polygone régulier et que la ...**d**...passe par le centre de la base

Solution :

a-solide **b**-polygone **c**-régulière **d**- hauteur

Evaluation : une pyramide a combien de faces latérales ?

Devoir de maison :

Reprends la figure puis complète :

$$SO^2 = SM^2 - OM^2$$

Correction du devoir de maison : $SO^2 = SM^2 - OM^2$

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2- Calculer les grandeurs

2-1-Aire latérale

La face latérale d'une pyramide à base carrée est un triangle dont la hauteur de la face latérale est le côté du carré. $Aire\ latérale = \frac{base \times Hauteur\ du\ triangle}{2}$

Exemple :

Pour notre situation d'apprentissage $A = \frac{12m \times 8m}{2} = 48m^2$

Pour déterminer la hauteur (**h**) d'une face latérale connaissant la hauteur (**H**) de la pyramide :

Par exemple considérons le triangle SCM rectangle en C, **SM = H** et **SC = h**

D'après Pythagore on a : $SM^2 = SC^2 + CM^2$ Or $CM = \frac{CD}{2} = \frac{C}{2}$

$$H^2 = h^2 + \left(\frac{C}{2}\right)^2 \leftrightarrow h = \sqrt{H^2 - \left(\frac{C}{2}\right)^2}$$

2-2- Aire totale d'une pyramide :

Une pyramide régulière a 4 faces latérales et une seule base

$$A = 4A_1 + A_2 \quad \text{avec } A_1 = \text{aire d'une face latérale et } A_2 = \text{aire de la base}$$

$$\text{Dans notre cas } A_1 = \frac{\text{base} \times \text{Hauteur du triangle}}{2}$$

EXERCICE D'INTEGRATION :

- 1- Calculer l'aire d'une face latérale d'une pyramide à base carrée de côté $c = 5\text{cm}$ sachant la hauteur de cette pyramide est $H = 10\text{m}$
- 2- Déterminer alors l'aire totale de cette pyramide

Solution :

$$1- \text{Aire d'une face latérale : } \text{Aire latérale} = \frac{\text{base} \times \text{Hauteur du triangle}}{2}$$

$$\text{Cherchons la hauteur (h) de la face latérale : } h = \sqrt{H^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \sqrt{93,75}$$

$$\text{Aire latérale} = \frac{5 \times \sqrt{93,75}}{2} = 24,21\text{cm}^2$$

$$2- \text{Aire totale de cette pyramide : } A = 4A_1 + A_2 \quad \text{avec } A_1 = \text{aire d'une face latérale et } A_2 = \text{aire de la base}$$

$$A = 4 \times 24,21 + 25 = 121,84\text{cm}^2$$

Evaluation : choisis la bonne réponse : aire latérale d'une face latérale est :

$$a- \frac{\text{base} \times \text{Hauteur de la pyramide}}{2}$$

$$b- \frac{\text{base} \times \text{Hauteur du triangle}}{2}$$

Devoir de maison :

Chercher le volume d'une pyramide à base carrée

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2-3-Volume d'une pyramide :

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{Hauteur de la pyramide}}{3}$$

Exemple : une pyramide à base rectangle de longueur $L = 7\text{cm}$ et de largeur $l = 3\text{cm}$ et de hauteur $H = 11\text{cm}$. Calculons son volume :

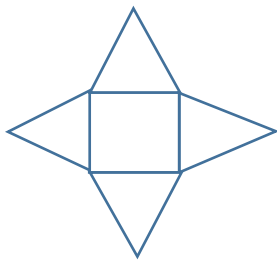
$$V = \frac{7 \times 3 \times 11}{3} = 77\text{cm}^3$$

Remédiation :

- 1- Dessine le patron d'une pyramide régulière à base carrée dont les faces latérales sont des triangles équilatéraux de 2cm de côté
- 2- Calcule la hauteur d'une des faces triangulaires
- 3- Calcule l'aire d'une des faces
- 4- Calcule l'aire totale du patron de cette pyramide

SOLUTION :

1-



$$2- \text{ Hauteur d'une des faces : } H^2 = h^2 + \left(\frac{C}{2}\right)^2 \leftrightarrow h = \sqrt{H^2 - \left(\frac{C}{2}\right)^2}, \quad h = \sqrt{C^2 - \left(\frac{C}{2}\right)^2}$$

$$\text{car ici } H = C = 2\text{cm. } h = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2} \rightarrow h = \sqrt{3}\text{cm}$$

$$3- \text{ Aire d'une des faces : } A_1 = \frac{\text{base} \times \text{Hauteur du triangle}}{2} = \frac{2\text{cm} \times \sqrt{3}\text{cm}}{2} = \sqrt{3}\text{cm}^2$$

$$4- \text{ Aire totale du patron de cette pyramide : } A = 4A_1 + A_2 = 4 \times \sqrt{3}\text{cm}^2 + 2 \times 2 = 4(1 + \sqrt{3})\text{cm}^2$$

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> GEOMETRIE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème : **CONFIGURATIONS DE L'ESPACE**

Leçon : **CONES**

Séances: 05

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis :

Capacités	Contenus
Reconnaitre / Identifier un solide	Cône de révolution : définition vocabulaire et caractéristiques
Décrire un solide	
Construire le patron d'un solide	Patron d'un cône de révolution
Réaliser el solide à partir du patron	Cône de révolution
Représenter en perspective cavalière	Cône de révolution
Calculer des grandeurs	Aire latérale, aire totale, volume d'un cône de révolution

Situation problème :

LARE remporte le prix du meilleur joueur lors d'une finale. On lui offre un trophée d'une forme de cône de 6 cm de diamètre de base et 5cm de hauteur. Il veut le conserver dans un carton ; pour cela son ami DOUTI lui présente deux cartons A de volume 47cm^3 et B 48cm^3 . LARE ne sait pas lequel des cartons choisir pour son trophée.

A partir de tes connaissances, aide LARE à faire un bon choix sachant que le volume d'un cône a pour expression $\frac{\text{Aire de base} \times \text{hauteur}}{3}$

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1
Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Calcule l'aire d'un disque de rayon 10 cm	$A = R^2 \times 3,14$ $A = (10 \text{ cm})^2 \times 3,14$ $A = 314 \text{ cm}^2$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Diamètre de base du cône $d = 6 \text{ cm}$, hauteur $h = 5 \text{ cm}$, volume du cône $= \frac{\pi r^2 H}{3}$ 3) Faire le bon choix du carton

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Calcul du rayon de base :

$r = d : 2$ donc $r = 6 \text{ cm} : 2$

$r = 3 \text{ cm}$

Calcul de l'aire de base :

$$A = r^2 \times 3,14 = (3\text{cm})^2 \times 3,14$$

$$\mathbf{A = 28,26 \text{ cm}^2}$$

Calcul du volume du trophée :

$$V_c = \frac{A \times h}{3} = \frac{28,26 \times 5}{3} = 47,1 \text{ cm}^3$$

$47 < 47,1 < 48$ le carton à choisir le carton B.

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 2

Institutionnalisation

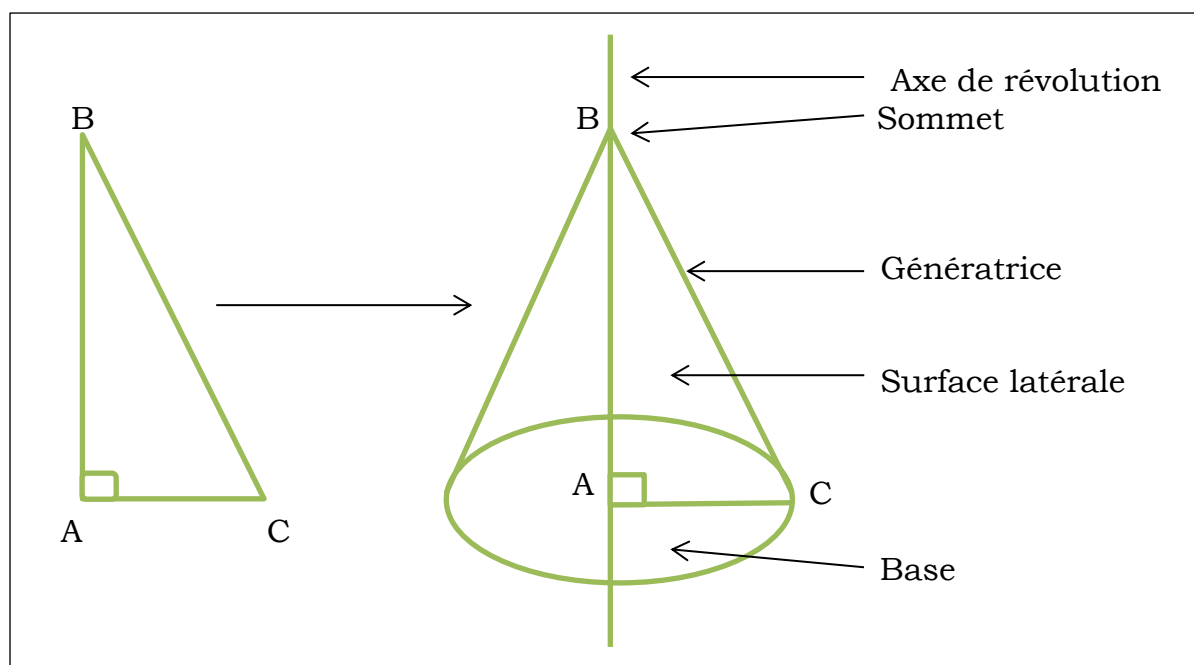
Activités du professeur	Activités de l'élève
Contrôle la présence et présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

1-Definition, vocabulaire et les caractéristiques :

1-2- Cône de révolution:

Soit ABC un triangle rectangle en A. En faisant tourner le triangle ABC autour de l'axe (AB) on engendre un solide nommé cône de révolution dont voici un exemple.



Pour le cône de révolution de la figure :

C est le **sommet**

(AB) est l'**axe de révolution**

Le cercle de centre **A** et se rayon **AC** est la **base**

[BC] est appelé génératrice ou apothème

1--2-Patron d'un cône de révolution ; cône de révolution en perspective cavalière

Un cône de révolution peut avoir différents patrons dont en voici un



Exercice :

Voir CIAM 3eme page 107 exercice 1.e (uniquement prouver qu'il s'agit d'un patron du cône)

Résolution :

Périmètre du petit cercle

$$P_1 = d \times 3,14 \text{ avec } d = 2 \times r ; P_1 = 2 \times r \times 3,14 \text{ donc } \underline{P_1 = 6,28 r}$$

Périmètre du grand demi-cercle

$$P_2 = (d \times 3,14) : 2 \text{ avec } d = 2 \times 2r ; P_2 = (2 \times 2r \times 3,14) : 2 \text{ donc } \underline{P_2 = 6,28 r}$$

Comme $P_1 = P_2$, il s'agit d'un patron de cône.

2- Calculer les grandeurs

2-1-Aire latérale

$$\text{Aire latérale} = \frac{\text{Perimetre de la base} \times \text{Génératrice}}{2} = \frac{P \times G}{2}$$

Exemple :

Pour notre situation d'apprentissage $P = 2\pi R = 2 \times 3,14 \times 3 = 18,84\text{cm}$

$$\text{Génératrice (SM)} : SM^2 = SO^2 + OM^2 \quad \leftrightarrow \quad SM = \sqrt{(SO^2 + OM^2)}$$

$$\text{AN: } SM = \sqrt{(5^2 + 3^2)} = \sqrt{34} . \quad A = \frac{P \times SM}{2} = \frac{18,84 \times \sqrt{34}}{2} = 54,93\text{cm}^2$$

2-2- Aire total d'un cône :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 \quad (\text{avec } A_1 = \text{aire latérale et } A_2 = \text{aire de la base})$$

Dans notre cas $A_1 = 54,93\text{cm}^2$ et $A_2 = \pi r^2 = 3,14 \times 3^2 = 28,26\text{cm}^2$

$$\text{Donc } A = 54,93\text{cm}^2 + 28,26\text{cm}^2 ; \underline{A = 83,19\text{cm}^2}$$

2-3-Volume :

$$V = \frac{A_2 \times H}{3} ; \quad A = \pi r^2 \quad V = \frac{28,26 \times 5}{3} \quad V = 47,1\text{cm}^3$$

Exercice d'Intégration

1- Choisis la bonne réponse

Un cône de $125,6\text{cm}^3$ de volume et de 10m de hauteur a pour rayon en m :

- a- 12 b- $2\sqrt{3}$ c- 16 d- 4

2- Complete :

Dans un trianglea.....qui engendre le cône, l'hypoténuse balaye la surface latérale, c'est uneb.... Du cône. Un coté de l'anglec...balaye la base, le coté fixe est lad...du cône

3- Réponds par vrai ou faux :

Un cône de 10m de hauteur et de 6m de diamètre a pour volume en m^3

- a- 504 b- 62,8 c-1046,66 d- 94,2

Solution

1- b- $2\sqrt{3}$

2- a- Rectangle

b- Génératrice

c- droit

d- Hauteur

3- a- Faux

b- Faux

c- Faux

d- vrai

Evaluation : choisis la bonne réponse : Le volume du cône est :

a- $\frac{\pi R H^2}{3}$

b- $\frac{\pi R^2 H}{3}$

c- $\frac{\pi^2 R^2 H}{3}$

Devoir de maison :

Lors d'un jeu télévisé, le présentateur montre deux cônes A de 10m de hauteur, 7m de rayon et B de 13m de hauteur et 6m de rayon et demande à savoir lequel des deux est plus volumineux ; ALI dit B et Koffi dit A. Selon toi qui des deux a raison ?

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Correction du devoir de maison :

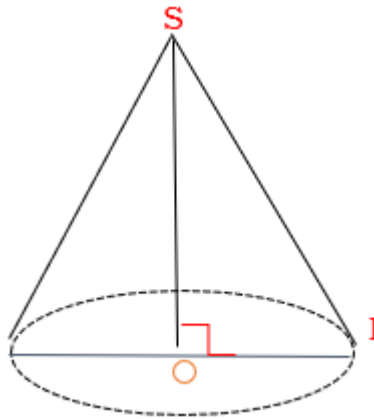
Calculons le volume de chaque carton

$$A : v = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{3,14 \times 7^2 \times 10}{3} = 512,87 m^3$$

$$B : V = \frac{3,14 \times 6^2 \times 13}{3} = 489,84 m^3$$

$512,87 m^3 > 489,84 m^3$ donc le carton A est plus volumineux que le carton B

Remédiation



La figure ci-dessous qui n'est pas en grandeur réelle représente un cône de révolution de sommet S, de hauteur $SO = 12\text{cm}$ et de base le cercle de diamètre $IJ = 10\text{cm}$

1- Quel est le nom du segment $[SI]$?

2- Démontre que $SI = 13\text{cm}$

3- Calcule le périmètre de la base et l'aire de ce cône

4- Calcule le volume de ce cône

Solution :

1- $[SI]$ est la génératrice

$$2- : SI^2 = SO^2 + OI^2 \quad \leftrightarrow \quad SI = \sqrt{SO^2 + OI^2}$$

$$\text{AN : } SI = \sqrt{(12^2 + 5^2)} = \sqrt{169} = 13\text{cm}$$

$$3- P = 2\pi R = 2 \times 3,14 \times 5 = 31,4\text{cm} ; \quad A = \frac{P \times SI}{2} = A = \frac{31,4\text{cm} \times 13\text{cm}}{2} = 204,1\text{cm}^2$$

$$4- V = \frac{A_2 \times H}{3} ; \quad A = \pi r^2 \quad V = \frac{\pi r^2 \times H}{3} ; \quad V = \frac{3,14 \times 5^2 \times 12}{3} ;$$
$$V = 314 \text{ cm}^3$$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> ALGEBRE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 2: Résoudre des problèmes faisant appel aux nombres, aux fractions, aux puissances, au calcul littéral.

Thème 2: PROGRAMME DE CALCUL, CALCUL LITTERAL

Leçon 2: Equations et Inéquations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Séances: 06

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Programme APC ; Guide d'exécution du programme APC ; Livre de mathématiques CIAM 3^E ; Anciennes fiches pédagogiques ; Extraits des épreuves des.

Prérequis : Equation/ Inéquation-Equation de droite

Capacités	Contenus
Reconnaître	-Equation, Inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ -Système d'équation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ - Système d'inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
Résoudre	-Equations et Inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$: - Equation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (couples solutions) - Système de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (résolution graphique, par substitution, par combinaison) - Inéquation du premier degré à deux inconnues (résolution graphique, par régionnement du plan) - Exemple de systèmes d'inéquations du premier degré à deux inconnues (résolution graphique, par régionnement du plan)
Modéliser un problème	Problèmes conduisant à la résolution : -d'équation, d'inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ -d'un système d'équations et d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Situation problème :

L'Honorable député GNATCHO de l'Amou nord veut récompenser les meilleurs élèves du CEG HIHEATRO après les résultats du 1^{er} trimestre. Pour ce faire il apporte 2 lots de livres dont le 1^{er} renferme des livres littéraires et le second des livres scientifiques, soit au total 304 livres. Le double du nombre du 1^{er} lot diminué du second est 110. Le surveillant dudit établissement veut connaître le nombre de livres dans chaque lot sans compter mais n'arrive pas.

Consigne : A partir de tes connaissances aide le Surveillant en traduisant cette situation en équations et en donnant le nombre de livres de chaque lot(en te servant de l'intersection de deux équations)

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Résoudre dans IR : $3x + 2 = 5x + 6$	$3x + 2 = 5x + 6$ $3x - 5x = 6 - 2,-$ $2x = 4$ $x = - 2$ Donc $S = \{-2\}$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Nombre total de livres = 304 ; Le double du nombre du 1 ^{er} lot diminué du second est 110 3) Trouver le nombre de livres de chaque lot

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

-Choix des inconnues (lettres)

Soient X le nombre de livres littéraires et Y le nombre de livres scientifiques

-Mise en équations

$$X+Y=304 \text{ et } 2X-Y=110$$

-Résolution de la situation

$$X+Y_1=304 \text{ équiv. à } Y_1=304-X \text{ et } 2X-Y_2=110 \text{ équiv à } Y_2= 2x-110$$

Intersection de deux équations : $Y_1=Y_2$ équiv. à $304-X=2X-110$

$$-X-2X=-110-304, -3X=-414, X=414/3 \text{ équiv. à } X=138$$

Remplaçons X dans l'une des équations

$$Y=304-138 \text{ équiv. à } Y=166$$

$$S=\{(138; 166)\}$$

Le 1^{er} lot renferme 138 livres littéraires et le 2nd lot renferme 166 livres scientifiques

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème après avoir contrôlé la présence	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I-Equation du premier degré à deux inconnues

Définition

Toute écriture sous la forme $ax + by + c = 0$ est appelée équation du 1^{er} degré à deux inconnues ou $(x ; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^2$

Exemple : $X+Y=304$; $2X-Y=110$

1-Système d'équations dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

1-1-Notion de système d'équation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Considérons dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les équations : $(E_1) x + y = 304$; $(E_2): 2x - y = 110$

Lorsqu'on s'intéresse aux solutions communes aux équations (E_1) et (E_2) on écrit l'une en dessous de l'autre et on les relit par une accolade.

$$\begin{cases} x + y - 304 = 0 & (E_1) \\ 2x - y - 110 = 0 & (E_2) \end{cases}$$

On obtient un système de deux équations à deux inconnues : x et y

1-2-Résolution d'un système d'équation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

a) Résolution graphique :

Elle consiste à attribuer les équations données à deux droites, à représenter ces droites dans le même repère puis à considérer le couple de coordonnées de leur point d'intersection comme solution du système.

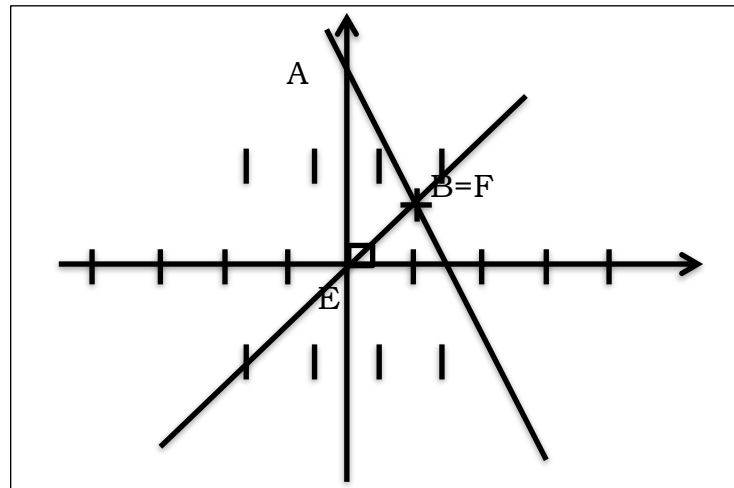
Exemple : Résolvons le système $2x + y - 3 = 0$ et $x - y = 0$

Soit (D_1) attribuée à $2x + y - 3 = 0$ et (D_2) attribuée à $x - y = 0$

Tableaux de valeurs

(D_1)	A	B
x	0	1
y	3	1

(D_2)	E	F
x	0	1
y	0	1



Comme les deux droites se coupent en $B(1 ; 1)$, l'ensemble solution du système est $\mathbf{S = \{1 ; 1\}}$. Le couple de coordonnées du point d'intersection de (D') et (D) est la solution du système. Graphiquement le couple $(1 ; 1)$ est la solution du système.

Remarque: (Interprétation graphique)

Soit le système

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

Posons $(D) : ax + by + c = 0$ et $(D') : a'x + b'y + c' = 0$

- (D) et (D') sont sécantes : équivaut à $\Leftrightarrow$ le système admet une solution unique.
- (D) et (D') sont parallèles : équivaut à $\Leftrightarrow$ l'ensemble des solutions du système est vide
- $(D) = (D')$ équivaut à $\Leftrightarrow$ chaque couple solution de l'une des équations est solution du système.

Exercice d'intégration

Résous graphiquement le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x - y + 4 = 0 \end{cases}$$

Exercice de maison

Résous graphiquement le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} 3x + y = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases}$$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

b) Résolution par substitution (Remplacement)

Méthode :

- Exprimer y (ou x) en fonction de x (ou y) dans l'une des équations
- Remplacer cette expression de y (ou x) obtenue dans l'autre équation
- Résoudre l'équation en x (ou y) ainsi obtenue
- Remplacer x (ou y) dans l'expression de y (ou x) trouvée dans la première étape
- Vérifier que le couple (x ; y) de réels obtenus est à la fois solution des deux équations
- Donner la solution mathématique du système.

Exemple:

Réolvons par substitution le système

$$\begin{cases} x + y - 304 = 0 & (1) \\ 2x - y - 110 = 0 & (2) \end{cases}$$

Solution

$$(1) y = 304 - x$$

$$(2) 2x - (304 - x) - 110 = 0$$

$$2x - 304 + x - 110 = 0$$

$$3x - 414 = 0; x = 138$$

$$(1) y = 304 - x$$

$$y = 166$$

Ce couple (138 ; 166) est la solution du système.

c) Résolution par combinaison (Addition) :

- ❖ Éliminer x
 - On multiplie les membres de chaque équation par le nombre qui convient afin que les coefficients en x dans les deux équations soient opposés
 - On additionne membre à membre les termes de chaque membre des nouvelles équations obtenues
 - On résout l'équation en y ainsi obtenue.
- ❖ Éliminer y : on procède de la même manière
 - Vérifier que le couple (x ; y) de réels obtenus est à la fois solution des deux équations
 - Donner la solution mathématique du système.

Réolvons le système :

$$(x ; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad \begin{cases} x + y - 304 = 0 & (1) \\ 2x - y - 110 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\text{Elimination de } x \\ &-2 \begin{cases} -2x - 2y + 608 = 0 \\ 2x - y - 110 = 0 \end{cases} \\ &\text{On a: } -3y + 498 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{Elimination de } y \\ &\begin{cases} x + y - 304 = 0 \\ 2x - y - 110 = 0 \end{cases} \\ &\text{On a: } 3x - 414 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -3y = -498 \\ y = 498/3 \\ y = 166 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 414 \\ x = 414/3 \\ x = 138 \end{cases}$$

Le couple (138 ; 166) est la solution du système.

II-Inéquation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

2-1- Notion d'inéquation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ est une inéquation linéaire à deux inconnues du type $ax + by + c > 0$ ($ax + by < 0$; $ax + by \leq 0$; $ax + by \geq 0$) où a , b et c sont des nombres et x et y sont des inconnues.

Exemple : $10y + 25z < 250$ ou $10y + 25z \geq 250$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2-2-Résolution d'une inéquation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Propriété:

Le plan est muni d'un repère. (D) est la droite d'inéquation $ax + by + c < 0$. La droite (D) partage le plan en trois parties :

- Les coordonnées des points d'un demi-plan sont des couples qui vérifient l'inéquation $ax + by + c > 0$
- Les points de la droite (D) vérifient l'équation $ax + by + c = 0$
- Les coordonnées des points de l'autre demi-plan sont des couples qui vérifient l'inéquation $ax + by + c < 0$.

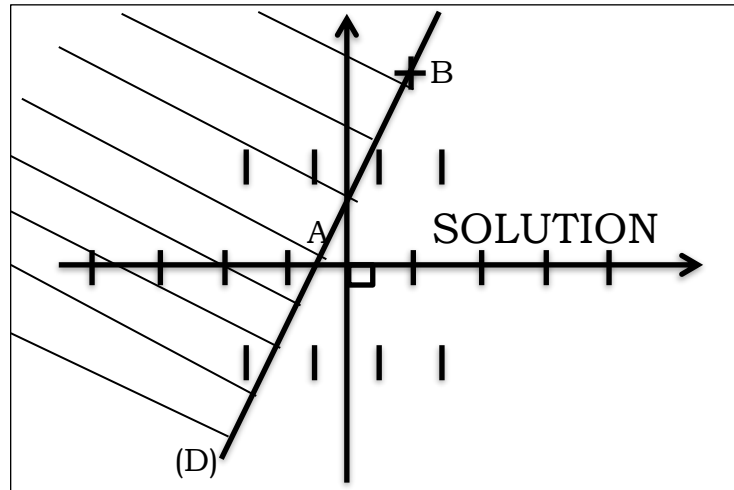
Exemple:

Réolvons l'inéquation $2x - y + 1 > 0$

(D)	A	B
X	0	1
Y	1	3

Solution expliquée :

Soit (D) associée à $2x - y + 1 = 0$



La droite (D) divise le plan en deux demi-plans dont l'un est la solution de l'inéquation. Choisissons le point K(0 ; 0) qui appartient au demi-plan de droite puis vérifions l'inéquation avec les coordonnées de K

On a $2(0) - (0) + 1 > 0$ donc $1 > 0$ ce qui est vérifiée donc K est dans la partie solution. Le demi-plan non hachuré est la solution de l'inéquation

Intégration :

Résoudre l'inéquation $-x - 2y + 1 > 0$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2-3 Système d'inéquation du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

Exemple:

Soit le système :

$$\begin{cases} \text{(I)} & -4x + 5y - 6 > 0 \\ \text{(II)} & x - y + 1 < 0 \end{cases}$$

Représentons graphiquement l'ensemble des solutions du système I.

Posons :

$$(D_1) : -4x + 3y - 6 = 0 \quad (D_2) : x - y + 1 = 0$$

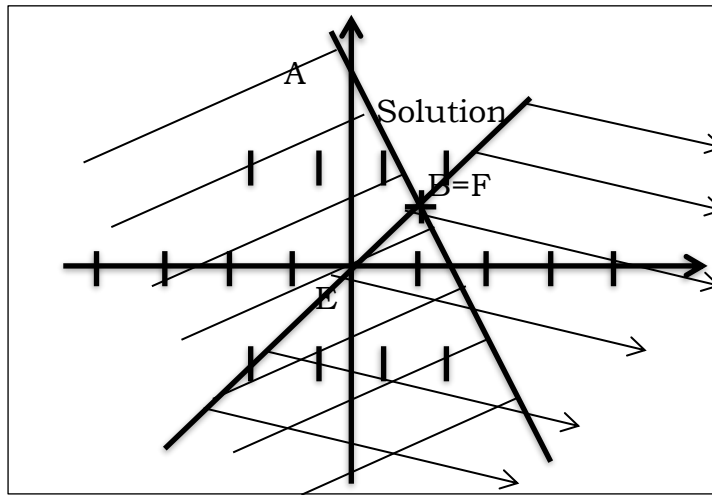
Résolvons le système $2x + y - 3 > 0$ et $x - y < 0$

Soit (D_1) attribuée à $2x + y - 3 = 0$ et (D_2) attribuée à $x - y = 0$

Tableaux de valeurs

(D ₁)	A	B
x	0	1
y	3	1

(D ₂)	E	F
x	0	1
y	0	1



La partie non hachurée du plan à l'exclusion des droites (D_1) et (D_2) est la solution du système.

III-Problème du 1^{er} degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

Utilisation des systèmes d'équations:

Exemple:

Un cheval et un âne portant chacun une lourde charge constituée de sacs de même masse, allaient côte à côte et parlaient de la dure condition qui leurs était faite. Le cheval se plaignant du poids de son fardeau. « De quoi te plains-tu lui dit l'âne. Si je prends un sac de ton fardeau; ma charge sera deux fois plus lourde que la tienne, alors que si tu prends un sac de mon dos ta charge sera égale à la mienne ». Calcule le nombre de sacs que portaient respectivement le cheval et l'âne.

Solution:

1. Choix des inconnues:

Soit x le nombre de sacs portés par le cheval et y le nombre de sacs portés par l'âne

2. Mise en équation:

$$\begin{aligned} y + 1 &= 2(x - 1) \\ y - 1 &= x + 1 \end{aligned}$$

3. Résolution:

$$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ -2x + 2y - 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 5 \\ y = 7 \end{matrix}$$

$$-5 + y - 2 = 0$$

Le cheval portait 5 sacs et l'âne 7 sacs

Exercice d'intégration

Dans un poulailler de 12 volailles, il y a des poulets et des pintades. Si l'on triple le nombre de poulets on obtient 22 volailles. Combien de poulets et de pintades a-t-on dans ce poulailler ?

Exercice de maison :

Deux entiers naturels distincts sont tels que :

- Leur somme diminuée de un(1) est égale au double de leur différence

- Leur différence diminuée de un(1) est égale au plus petit des deux nombres.

Trouve ces deux nombres. (On pourra appeler x le plus grand des deux nombres et y l'autre).

Séance 6

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Remédiation

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> GEOMETRIE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 2: OUTIL VECTORIEL - GEOMETRIE ANALYTIQUE

Leçon 4: EQUATIONS DE DROITES

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Programme APC ; Guide d'exécution du programme APC ; Livre de mathématiques CIAM 3^E ; Anciennes fiches pédagogiques ; Extraits des épreuves des.

Prérequis : *Placer des points dans le repère*

Capacités	Contenus
Reconnaitre une équation de droite	-Equations cartésiennes ($ax + by + c = 0$) -Equations de type $y = px + q$
Représenter	Droite dont on connaît une équation
Déterminer	- Equation de droite : ▪ passant par deux points donnés ▪ connaissant un point et un vecteur directeur ▪ connaissant un point et le coefficient directeur ▪ parallèle ou perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné - Coordonnées d'un point appartenant à une droite - Coordonnées d'un vecteur directeur connaissant une équation de la droite
Justifier	-Appartenance d'un point à une droite - Parallélisme de deux droites - Perpendicularité de deux droites - Alignement de trois points

SITUATION PROBLEME :

Pour débiter son commerce à WAHALA, Blandine veut acheter du soja et du mil. Le kilogramme de soja coûte 500 F CFA et celui de mil 300 F CFA. Elle dispose de 50 000 F CFA qu'elle veut dépenser entièrement pour ces achats. Après plusieurs calculs fastidieux, elle dresse le tableau suivant :

Quantité de mil (en kg)	10	20	45	60
Quantité de soja (en kg)	94	88	73	64

Sa petite sœur, élève en classe de troisième, se propose de lui trouver une méthode performante pour déterminer d'avantage de possibilités mais n'arrive pas. Aide – la

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1. Place les points suivants dans un repère orthonormé $(O; I; J)$: $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$; $B\left(\begin{smallmatrix} -3 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$. Que remarques - tu ?	Placent les points et remarquent qu'ils sont alignés.

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Tableau montrant les quantités 3) Trouver une méthode performante pour déterminer d'avantage de possibilités

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Soient x le nombre de kilogramme de mil et y celui de soja.

Prix d'achat de mil : $300x$ avec $x > 0$

Prix d'achat de soja : $500y$ avec $y > 0$

Dépense totale : $300x + 500y$.

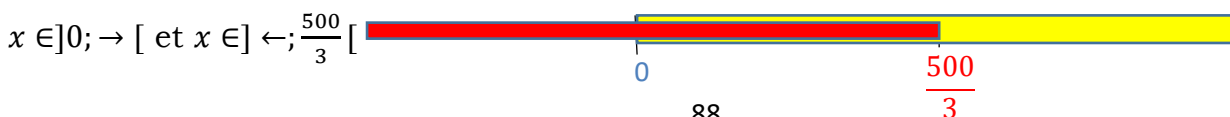
On obtient l'équation à deux inconnues suivante : $300x + 500y = 50000$

En divisant chaque membre de cette équation par 100 on obtient : $3x + 5y = 500$ ou

$$y = 100 - \frac{3}{5}x$$

Trouvons l'intervalle auquel doit appartenir x

$$y > 0 \text{ équivaut à } 100 - \frac{3}{5}x > 0 \text{ on a : } x < \frac{500}{3}$$



Donc $x \in]0; \frac{500}{3} [$

Conclusion : la méthode performante pour déterminer d'avantage possibilité est : $3x + 5y = 500$ ou

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Contrôle la présence et présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I. Equations d'une droite

1. Equation cartésiennes de type $ax + by + c = 0$

Définitions

Le plan est rapporté à un repère (O, I, J).

Toute équation de la forme $ax + by + c = 0$ (a et b n'étant pas tous nuls) est **une équation cartésienne de droite**.

Exemple :

L'écriture $3x + 5y - 500 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (D).

Vocabulaire-Notation :

On note (D) : $3x + 5y - 500 = 0$ et on lit « droite (D) d'équation $3x + 5y - 500 = 0$ »

2. Equation réduite d'une droite

Propriété

Le plan est rapporté à un repère (O, I, J).

Toute équation de la forme $y = ax + b$ (a et b n'étant pas tous nuls) est **une équation réduite de droite**.

Exemple :

L'écriture $y = 100 - \frac{3}{5}x$ est une équation réduite de la droite (D).

On note (D): $y = 100 - \frac{3}{5}x$

NB :

- Une droite (K) non parallèle à l'axe des ordonnées a pour équation $y = px + q$; **p est le coefficient directeur de la droite (K) et q est son ordonnée à l'origine**
- Une droites parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $x = k$. Elle n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.

- Une droite parallèle à l'axe des abscisses a pour équation $y = k$. Elle n'a ni coefficient directeur ni ordonnée à l'origine.

Exemple : (D): $y = -\frac{3}{5}x + 100$. Le coefficient directeur de (D) est $a = -\frac{3}{5}$ et l'ordonnée à l'origine est 100

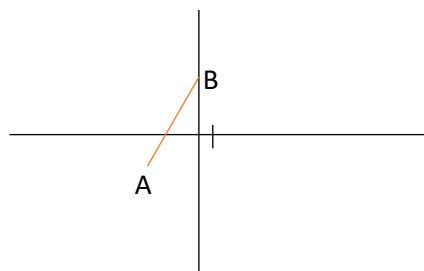
3. Représentation graphique d'une droite connaissant son équation

Méthode : Pour construire une droite connaissant son équation on détermine les coordonnées de deux points en donnant des valeurs arbitraires à x ou y puis on calcule la valeur de x ou y .

Exemple : Construisons la droite d'équation (D) : $2x - y + 3 = 0$

Soit A et B deux points de (D)

	A	B
x	-2	0
y	-1	3



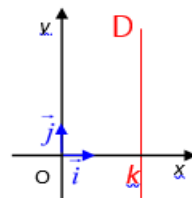
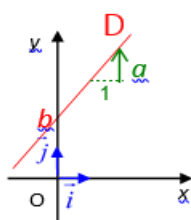
Pour $x = -2$, on a $2(-2) - y + 3 = 0$ donc $y = -1$

Pour $x = 0$, on a $2(0) - y + 3 = 0$ donc $y = 3$

4. Justification d'appartenance d'un point à une droite et points alignés

Exemple : soit $(D_1) : x + 3y + 2 = 0$

justifions que le point $A(-2 ; 0) \in (D_1)$



remplaçons x et y respectivement par -2 et 0 on a : $-2 + 3(0) + 2 = -2 + 2 = 0$
donc $A \in (D_1)$

Rappel : Trois points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à une même droite.

Exercice de maison :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . Les droites (D_1) , (D_2) ont pour équation :
 $(D_1) : 5x - 3y + 2 = 0$; $(D_2) : 2x + 3y = 0$

1. Pour chacune de ces droites, donne l'équation de la forme $y = ax + b$, le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine
2. Construis (D_1) et (D_2) dans un repère orthonormé

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Correction de l'exercice de maison après le contrôle de présence

1. $(D_1) : y = \frac{5}{3}x + \frac{2}{3}$. Le coefficient directeur de (D_1) est $\frac{5}{3}$ et l'ordonnée à l'origine est $\frac{2}{3}$
 $(D_2) : y = \frac{-2}{3}x$. Le coefficient directeur de (D_2) est $\frac{-2}{3}$ et l'ordonnée à l'origine est 0
2. Construis (D_1) et (D_2) dans un repère orthonormé

II. Recherche d'une équation de droite

1. Equation de droite passant par deux points donnés

EXERCICE

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On donne $A\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)$ et $B\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$

- a) Place ces points dans le repère
- b) Détermine une équation de la droite (AB)

SOLUTION

- a) Plaçons ces points dans le repère

- b) Equation de la droite (AB)

- Calculons les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} 3-4 \\ 5-(-1) \end{smallmatrix} \right) = \overrightarrow{AB} \left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 6 \end{smallmatrix} \right)$$

- Soit $M \left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \right)$ un point de la droite (AB). Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées : $\overrightarrow{AM} \left(\begin{smallmatrix} x-4 \\ y+1 \end{smallmatrix} \right)$

- Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires. Ce qui équivaut à $-1(y+1) - 6(x-4) = 0$

- D'où (AB) : $6x + y - 23 = 0$

2. Equation de droite connaissant un point et un vecteur directeur

a. Vecteur directeur d'une droite

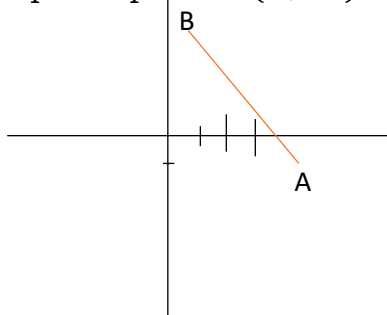
- Si une droite (D) a pour équation $ax + by + c = 0$, alors $\vec{v}(-b ; a)$ ou $\vec{u}(b ; -a)$ est le vecteur directeur de (D).
- Si (D) a pour équation $y = ax + b$, alors $\vec{u}(1 ; a)$ est un vecteur directeur de (D).

Exemple : $(D) : 2x - 5y + 1 = 0$ a pour vecteur directeur $\vec{v}(5 ; 2)$

$(K) : y = -3x + 2$ a pour vecteur directeur $\vec{u}(1 ; -3)$

b. Equation d'une droite passant par un point et ayant un vecteur directeur

Exemple : Détermine une équation de la droite (AB) ayant pour vecteur directeur $\vec{u}(1; -6)$ et passant par le point $A(4; -1)$



Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Equation de la droite (AB)

Soit (AB) : $y = ax + b$, on a : $a = -6$.

La droite (AB) a pour équation (AB) : $y = -6x + b$

Comme A est un point de (AB), donc on a : $y_A = 6x + b$ équivaut à : $-1 = -6 \times (4) + b$;
 $b = 23$

D'où (AB) : $y = -6x + 23$

3. Equation de droite connaissant un point et le coefficient directeur

a. Calcul du coefficient directeur d'une droite

- **Méthode** : A partir des couples de coordonnées de deux points de la droite.

$A\left(\begin{smallmatrix} x_A \\ y_A \end{smallmatrix}\right)$ et $B\left(\begin{smallmatrix} x_B \\ y_B \end{smallmatrix}\right)$ sont deux points distincts du plan.

Le coefficient directeur a de la droite (AB) est $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Exemple : Le plan est muni d'un repère. $A\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ et $B\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$ sont deux points d'une droite (D)

Calculons le coefficient directeur a de (D)

$$a = \frac{5-1}{3-4} = -4$$

b. Equation de la droite passant par un point et connaissant le coefficient directeur

Exemple :

Soit le point $A(-2; 0)$; la droite (D') ayant pour coefficient directeur $a = -\frac{1}{3}$ passant par A

Trouvons l'équation de (D') tu type $y = ax + b$

Comme $a = -\frac{1}{3}$ donc $y = -\frac{1}{3}x + b$ or $A \in (D')$ on a : $0 = -\frac{1}{3}(-2) + b$

$\frac{2}{3} + b = 0$ équivaut à $b = -\frac{2}{3}$. D'où (D') a pour équation $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$

Exercice de maison :**Exercice 1**

Détermine une équation de la droite (K) ayant pour vecteur directeur $\vec{u}(3; -2)$ et passant par B (0 ; 2).

Exercice 2

Le plan est muni du repère (O, I, J) .

Dans chacun des cas suivants, donne l'équation de la forme $y = ax + b$ de la droite (D) qui passe par le point A :

a. $A\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ et $a = \frac{-4}{3}$

b. $A\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)$ et $a = -2$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite**Correction de l'exercice de maison après le contrôle de présence****4. Equation de droite passant par un point et parallèle à une droite donnée****• Propriété :**

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . Les droites (D) et (D') ont pour coefficient a et a'

$(D) \parallel (D')$ équivaut à $a = a'$

Exercice :

a. Le plan est muni d'un repère. Les droites définies ci – dessous par une équation sont – elles parallèles ?

$(D) : x - 3y + 4 = 0$; $(D') : \frac{-1}{3}x + y - 2 = 0$

b. Le plan est muni du repère (O, I, J) . (D) est la droite d'équation $y = 3x - 2$.

Trouve une équation de (D') , parallèle à (D) et passant par le point $A(-2 ; -3)$

Solution :

- a. (D) et (D') sont parallèles ?

Exprimons y en fonction de x

$$(D): y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} \text{ donc } a = \frac{1}{3}; (D'): y = \frac{1}{3}x + 2 \text{ donc } a' = \frac{1}{3}$$

alors (D) et (D') ont même coefficient directeur qui est $\frac{1}{3}$ donc (D) et (D') sont parallèles

- b. Soit $(D') : y = ax + b$; comme $(D) \parallel (D')$, donc $a = \frac{1}{3}$

$$A \in (D'), \text{ donc } -3 = \frac{1}{3}(-2) + b, \text{ équivaut à } -3 + \frac{2}{3} = b \quad b = -\frac{7}{3}$$

$$\text{D'où } (D') : y = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$$

5. Equation de droite passant par un point et perpendiculaire à une droite donnée

• Propriété :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Les droites (D') et (D) ont pour coefficient directeur a et a'

$$(D) \perp (D') \text{ équivaut à } a \times a' = -1$$

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 6

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Exercice

- a. Le plan est muni d'un repère (O, I, J)

Deux droites (L) et (L') ont pour équations respectives :

$$(L): x - 3y + 5 = 0 \text{ et } (L'): y = -3x + 1. \text{ Justifie que : } (L) \perp (L')$$

- b. Déterminons l'équation de la droite (D') passant par $A(-2 ; 0)$ et perpendiculaire à

$$(K): y = 3x + 6$$

Solution :

- a. Justifions que $(L) \perp (L')$

$$(L): y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \quad ; \quad (L'): y = -3x + 1 \text{ donc le coefficient directeur de } (L) \text{ est}$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ et celui de } (L') \text{ est } a' = -3$$

$$a \times a' = \frac{1}{3} \times (-3) = -1 \text{ donc } (L) \perp (L')$$

- b. **Equation de (D')**

$$\text{Soit } (D') : y = ax + b ; \text{ comme } (D') \perp (K) \text{ donc } 3a = -1 ; a = -\frac{1}{3}$$

$$\text{on a } (D') : y = -\frac{1}{3}x + b. B \in (D') \text{ équivaut à : } 0 = -\frac{1}{3}(-2) + b \quad b = -\frac{2}{3}$$

$$\text{D'où l'équation de } (D') \text{ est : } (D') : y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

REMEDIATION

EXERCICE 1 :

Répond par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

1. L'équation $2x + 3y + 2z - 1 = 0$ est une équation de droite.
2. $y + x - 3 = 0$ est l'équation d'une droite.
3. Les points $C(-1; 2)$ et $A(\frac{5}{2}; -3)$ définissent la droite (AC) d'équation $5x + \frac{7}{2}y - 2 = 0$

EXERCICE 2 :

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les droites suivantes : $(D_1): y = -x + 1$ et $(D_2): x - y + 3 = 0$

1. Démontre que les droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires.
2. a) Construis les droites (D_1) et (D_2)
b) Justifie par calcul que le point J appartient à la droite (D_1) .
c) On appelle E le point d'intersection de (D_1) et (D_2) . Justifie par calcul que E a pour couple de coordonnées $(-1; 2)$
d) Calcule la distance EJ.
e) Détermine une équation de la droite (D_3) passant par J et parallèle à (D_2) .
f) Quelle est la position de (D_3) et (D_1)

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe :</u> 3 ^E <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> ALGEBRE <u>Contact (s) :</u>
--	---

Compétence 2: Résoudre des problèmes faisant appel à la l'organisation des données et fonctions

Thème 2 : **ORGANISATION DES FONCTIONS ET DONNEES**

Leçon 4: **APPLICATIONS LINEAIRES, APPLICATIONS AFFINES**

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncé de la situation problème.

Prérequis : **valeur numérique d'une expression littérale**

Capacités	Contenus
Reconnaitre / décrire une application	Application linéaire, application affine . Définition vocabulaire et écriture
Représentation une application	Tableaux et graphiques
Calculer	Images, antécédent d'un nombre réel par une application linéaire, une application affine Utilisation de la représentation graphique Comparaison des nombres réels (sens de variation d'une application affine)
Modéliser un problème	Problèmes faisant appel aux applications linéaires et affines

Situation problème :

Un chauffeur de taxi remarque qu'à chaque fois qu'il fait un trajet de x km, sa voiture consomme 3 sur 5 litres d'essence augmenté de 3 litres. Alors il désire connaître la consommation en litres s'il faisait 10km et 25km mais se mélange les pédales et sollicite ton aide.

A partir de tes connaissances en mathématiques, propose au chauffeur une expression littérale pour faire facilement les calculs de la consommation en litres tout en calculant la consommation sur chacune de ces distances.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1
Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Calcule la valeur numérique de $A = 2x - 7$ pour $x = -5$	$A = 2x - 7$ $A = 2(-5) - 7$ $A = -10 - 7$ $A = -17$

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Consommation de x km = 3 sur 5 litres d'essence augmenté de 3 litres ; distances à parcourir = 25 km et 10 km 3) Trouver une expression littérale de la consommation sur x km et calculer la consommation pour 25 km et 10 km

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

La consommation en litre de x km est : $\frac{3}{5}x + 3$.

Pour $x = 25$ km on a $\frac{3}{5} \times 25 + 3 = 18$ litres

Pour $x = 10$ km : $\frac{3}{5} \times 10 + 3 = 9$ litres.

Conclusion :

L'expression littérale trouvée est $\frac{3}{5}x + 3$

La consommation sur 25 km est 18 litres

La consommation sur 10 km est 9 litres

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème après avoir contrôlé la présence	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

1-Definition et vocabulaire :

1-2- Applications affines :

a et b sont des nombres réels.

On appelle application affine, toute correspondance qui à chaque nombre réel x associe le nombre réel $ax + b$.

a est appelé coefficient et b le nombre de terme constant.

On dit que l'application affine f est définie par $f(x) = ax + b$.

Exemple : l'expression $\frac{3}{5}x + 3$ est une application affine.

NB : si $f(x) = b$ ($a = 0$) alors f est une application constante

1-3-Applications linéaires :

C'est une application f définie par $f(x) = ax$ ($a \in \mathbb{R}^*$)

Exemple : $f(x) = \frac{3}{5}x$ qui est une application linéaire

EXERCICE D'INTEGRATION :

1 -Parmi les expressions suivantes, quelles sont les applications affines et celles linéaires ?

$K(x) = -3x + 1$; $G(x) = \sqrt{2}x$; $H(x) = 4 + x$ et $f(x) = -6x$

2-Precise le coefficient et le terme constant pour les applications affines.

SOLUTION :

1-Applications affines : $K(x) = -3x + 1$; $G(x) = x\sqrt{2}$; $H(x) = 4 + x$ et $f(x) = -6x$

-Applications linéaires $G(x) = x\sqrt{2}$; $f(x) = -6x$

2-

Applications affines	Coefficients	Termes
$K(x) = -3x + 1$	$a = -3$	$b = 1$
$H(x) = 4 + x$	$a = 1$	$b = 4$

Evaluation : $f(x) = x$ est une application affine vrai ou faux ?

Devoir de maison :

Soient les applications $f_1(x) = 3x + 2$; $f_2(x) = x\sqrt{3} + 2$; $f_3(x) = 5x$; $m(x) = -8$ et $I(x) = 3 - x$

1- Précise les applications affines et celles linéaires

2- Préciser le coefficient et le terme pour les applications affines

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instauration d'un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Correction du devoir de maison

1- Applications affines :

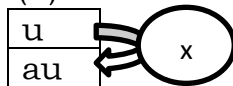
$$f_1(x) = 3x + 2 ; f_2(x) = x\sqrt{3} + 2 ; f_3(x) = 5x ; m(x) = -8 \text{ et } l(x) = 3 - x$$

Applications linéaires : $f_3(x) = 5x$

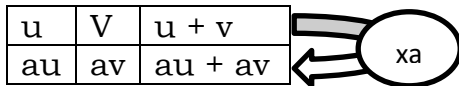
2- Pour f_1 a = 3 et b = 2 ; f_2 a = $\sqrt{3}$ et b = 2 ; f_3 a = 5 et b = 0 ; m a = 0 et b = - 8 et l a = - 1 et b = 3

2-Tableaux de proportionnalité et applications linéaires

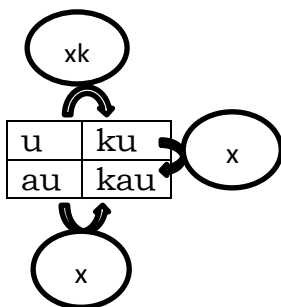
$$f(u) = au$$



$$f(u + v) = f(u) + f(v) \text{ or } f(u) = au \text{ et } f(v) = av$$



Exemple : si $f(9) = 15$ alors $f(18) = f(2 \times 9) = 2f(9) = 2 \times 15 = 30$



$$F(ku) = k f(u)$$

3-Representation d'une application

Propriété : le plan est muni d'un repère (o, I, J). a et b sont des nombres réels donnés.

f est une application affine définie par $f(x) = ax + b$. Elle a pour représentation graphique la droite d'équation $y = ax + b$.

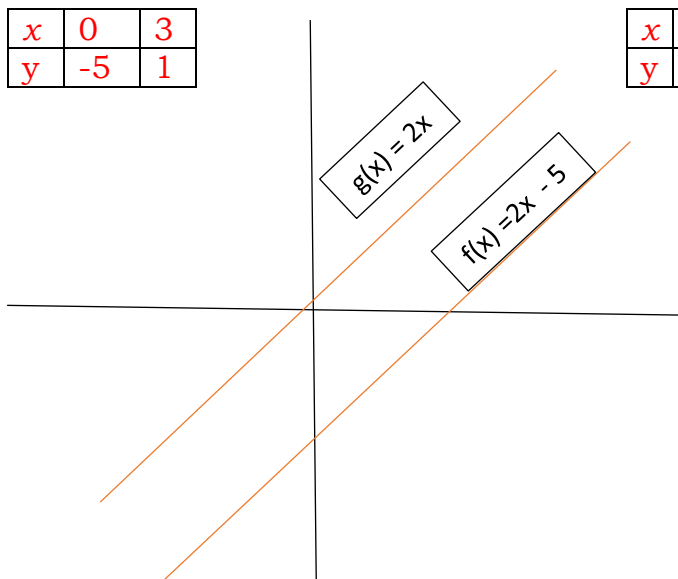
Exemple : $f(x) = 2x - 5$ et $g(x) = 2x$

$f(x) = 2x - 5$

x	0	3
y	-5	1

$g(x) = 2x$

x	0	1
y	0	2



EXERCICE D'INTEGRATION :

- 1- Calculer $f(12)$, $f(8)$ et $f(16)$ sachant que $f(4) = 12$
- 2- Calculer $f(12) + f(8)$

Solution :

- 1- Calculons $F(4) = 12 \rightarrow f(12) = f(3 \times 4) = 3 f(4) = 3 \times 12 = 36$; $f(8) = f(2 \times 4) = 2f(4) = 2 \times 12 = 24$; $f(16) = f(4 \times 4) = 4f(4) = 4 \times 12 = 48$
- 2- Calculons : $f(12) + f(8) = 36 + 24 = 60$ ou encore $f(12+8) = f(20) = f(5 \times 4) = 5f(4) = 5 \times 12 = 60$

Evaluation : si $f(3) = 2$ alors $f(6) = f(2 \times 3) = 3f(2)$ vrai ou faux ?

Devoir de maison :

- 1- Calculer $f(6)$, $f(4)$ et $f(10)$ si $f(2) = 5$
- 2- Déduire $f(4) + f(10)$ et $f(6+4)$
- 3- Représenter graphiquement cette application $h(x) = x - 1$

Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

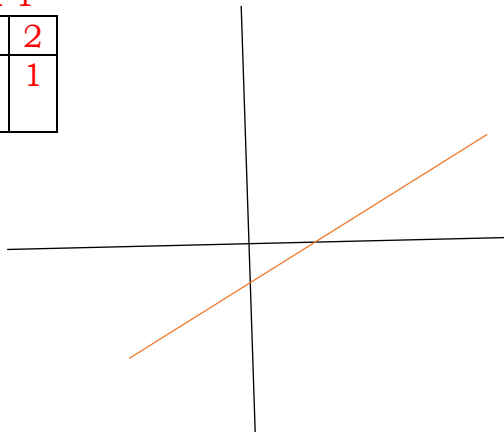
Correction du devoir de maison :

1- Calculons : $f(2) = 5$ on a $f(6) = f(2 \times 3) = 3f(2) = 3 \times 5 = 15$; $f(4) = 10$ et $f(10) = 25$

2- $F(4) + f(10) = 10 + 25 = 35$; $f(6+4) = f(6) + f(4) = 15 + 10 = 25$

3- $H(x) = x - 1$

x	0	2
y	-1	1



4- Image, antécédent d'un nombre réel par une application linéaire et une application affine :

Soit $f(x) = ax + b$.

L'expression $ax + b$ est l'image de x par f et x est son antécédent

Exemple :

Reprenons l'application $f(x) = \frac{3}{5}x + 3$

L'image de 25 est $f(25) = \frac{3}{5} \times 25 + 3 = 18$: 18 litres est l'image de 25 par f

Pour calculer l'antécédent de 9 litres on résout l'équation $f(x) = 9$ ce qui fait

$\frac{3}{5}x + 3 = 9 \rightarrow \frac{3}{5}x = 6$; $x = 6 \times \frac{5}{3}$ d'où $x = 10$: 10 est l'antécédent de 9 litres par f

NB : Dans une représentation graphique, on lit les antécédents sur l'axe des abscisses (x) et les images sur l'axe des ordonnées (y).

5- Comparaison de nombres réels (sens de variations d'une application affine)

a) Sens de variations d'une application :

Soient f une application (affine comme linéaire) de coefficient a

- Si $a < 0$ alors l'application f est décroissante
- Si $a > 0$ alors l'application f est croissante
- Si $a = 0$ alors l'application f est constante

Exemple :

$f(x) = \frac{3}{5}x + 3$ on a $a = \frac{3}{5}$; comme $\frac{3}{5} > 0$, f est croissante

b) Comparaison :

Soient a_1 et a_2 des nombres réels distincts et f une application

- ✓ Si l'application f est croissante alors $a_1 < a_2$ et $f(a_1) < f(a_2)$
- ✓ Si l'application f est décroissante alors $a_1 < a_2$ et $f(a_1) > f(a_2)$
- ✓ Si l'application f est constante alors $f(a_1) = f(a_2)$

Exemple :

Avec $f(x) = -2x + 7$ comparons $f(2022)$ et $f(2023)$ sans les calculer.

$f(x) = -2x + 7$, on a $a = -2$; comme $-2 < 0$, f est décroissante

Avec f est décroissante, si $2022 < 2023$ alors $f(2022) > f(2023)$

Exercice d'intégration :

Soient $f(x) = (4\sqrt{2} - 6)x + 27$ $g(2) = 8$ et $g(-3) = -2$

- 1- Donne le sens de variation de chacune de f et g
- 2- Range avec justification dans l'ordre croissant $f(\sqrt{2})$; $f(-100000)$ et $f(0)$

Solution :

- 1- a) Sens de variation de $f(x) = (4\sqrt{2} - 6)x + 27$

Comparons $4\sqrt{2} - 6$ à 0 on a $(4\sqrt{2})^2 = 32$ et $6^2 = 36$ si $32 < 36$ alors $4\sqrt{2} < 6$ donc

$4\sqrt{2} - 6 < 0$ d'où **f est décroissante**

$g(2) = 8$ et $g(-3) = -2$ or $2 > -3$ et $g(2) > g(-3)$ d'où **g est croissante**

- 2- Rangeons dans l'ordre croissant :

On a $-100000 < 0 < \sqrt{2}$ avec f décroissante, $f(-100000) > f(0) > f(\sqrt{2})$

D'où **$f(\sqrt{2}) < f(0) < f(-100000)$**

Evaluation :

Choisis la bonne réponse : si $f(x) = 2x + 1$ alors $f(0)$ est a) 0 ; b) 1 et c) 3

Devoir de maison :

- 1- Soit $f(x) = -2x + 5$ Calcule $f(5)$; $f(-3)$ $f(-\frac{1}{2})$ et $f(\frac{3}{2})$ puis son sens de variation
- 2- Donner le sens de variation de g sachant que $g(2) = 1$ et $g(3) = 2$

Séance 5

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison après avoir contrôlé la présence - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

Correction du devoir de maison :

- 1- $f(x) = 2x + 5$ on a $f(5) = 15$; $f(-3) = -1$; $f(-\frac{1}{2}) = 4$ et $f(\frac{3}{2}) = 2$
- $2 < 0$ donc f est décroissante
- 2 - Sens de variation $2 < 3$ et $1 < 2$ donc est croissante

6- Problèmes faisant appel aux configurations linéaires et affines

Exemple :

Une société de location propose deux tarifs : tarif A : 4f par km et tarif B : 3f par km augmenté de 200.

- 1- Etablis en fonction de x les prix y_A et y_B payés sachant que x est le nombre de kilomètre parcouru
- 2- Quel est le prix payé pour un parcours de 150km dans chaque cas ?

Solution

- 1- En fonction de x : $y_A = 4x$ et $y_B = 3x + 200$
- 2- Le prix : $y_A = 4 \times 150 = 600f$ et $y_B = 3 \times 150 + 200 = 650f$

EXERCICE DE REMEDIATION

- 1- Répond par vrai ou faux :
L'application f telle que $f(x) = -3x + 5$ est une application
 - a) affine b) décroissante c) croissante et d) linéaire
- 2- Complète : une applicationest une application de la forme $ax + b$; si $a > 0$ alors cette application est ; si $a < 0$ alors elle est donc Et si $a = 0$ donc elle est.....

SOLUTION :

- 1- a) vrai b) vrai c) faux et d) faux
- 2- Complétons :

Une application **affine** est une application de la forme $ax + b$; si $a > 0$ alors cette application est **croissante** ; si $a < 0$ alors elle est donc **décroissante**. Et si $a = 0$ donc elle est **constante**

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe : 3^E</u> <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> 2022-2023 <u>Fiche :</u> <u>Durée :</u> Du au <u>Spécialité:</u> GEOMETRIE <u>Contact (s) :</u>
<u>Compétence 1 :</u> Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique <u>Thème 2 :</u> CONFIGURATIONS DU PLAN <u>Leçon 1 :</u> ANGLES INSCRITS DANS UN CERCLE <u>Séances :</u> 04 <u>Durée d'une séance :</u> 55 minutes <u>Supports didactiques :</u> Enoncé de la situation problème. . <u>Prérequis :</u> Cercle circonscrit à un triangle	

Aptitudes	Contenus
Reconnaitre / identifier une configuration	- Angle au centre - Angle inscrit dans un cercle - Arc intercepté
Nommer une configuration	- Angle inscrit et angle au centre associé - Angles inscrits interceptant le même arc ou des arcs de même longueur
Calculer des grandeurs	Mesure d'un angle : - Relations entre la mesure de l'angle inscrit et celle de l'angle au centre - Angles inscrits interceptant le même arc ou des arcs de même longueur
Justifier	- Mesure d'un angle - Egalité angulaire

Situation - problème :

Mr. Agblélo possède un jardin ABC ayant la forme d'un triangle équilatéral de 8 dam de côté à Yohonou. Il désire clôturer ce jardin et veut que la clôture soit un cercle de centre O. Ainsi, il demande à son fils de lui proposer un plan avec la mesure de l'angle au centre $\widehat{AOB}$ mais ce dernier est un peu confus et te sollicite.

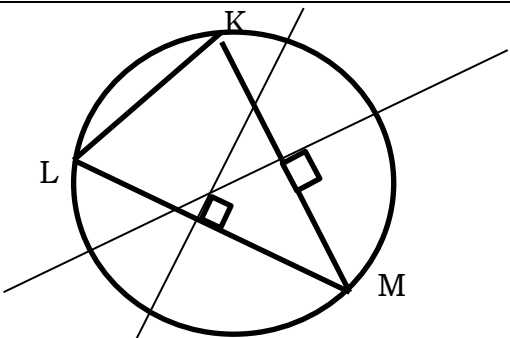
Aide l'enfant en lui proposant la figure et la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ puis trouve une relation entre les mesures des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{ACB}$.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
Construis le cercle circonscrit au triangle KLM avec $KL = 4 \text{ cm}$; $KM = 6 \text{ cm}$ et $LM = 8 \text{ cm}$	

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quels sont les données du sujet ? 3) Quel est problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Côté du triangle ABC = 8 dam 3) Figure, évaluation de mes $\widehat{AOB}$ puis trouver une relation entre les mesures des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{ACB}$

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Figure : (Voir figure ci-contre à l'échelle 1cm pour 1dam)

Evaluation de mes $\widehat{AOB}$:

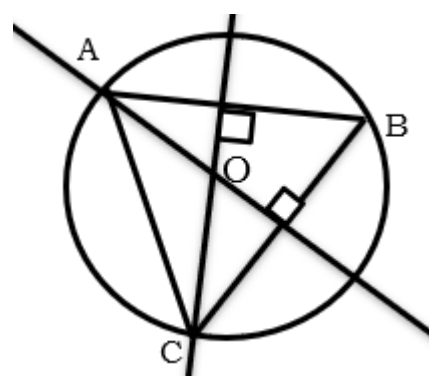
Graphiquement on obtient mes $\widehat{AOB} = 120^\circ$

Relation entre mes $\widehat{AOB}$ et mes $\widehat{ACB}$:

Le triangle ABC étant équilatéral, chaque angle mesure 60° donc mes $\widehat{ACB} = 60^\circ$

mes $\widehat{ACB} = 60^\circ$ et mes $\widehat{AOB} = 120^\circ$

En conclusion, mes $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}$ mes $\widehat{AOB}$



Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I/ Reconnaître et nommer une configuration

1) Angle inscrit – Angle au centre associé :

Dans la situation problème, l'angle $\widehat{ACB}$ est formé par trois points du même cercle : **$\widehat{ACB}$ est donc un angle inscrit dans le cercle.**

Exemple d'angles inscrit dans la situation problème : $\widehat{ABC}$; $\widehat{CAB}$

De même, l'angle $\widehat{AOB}$ est formé avec deux points du même cercle avec sommet le centre du cercle : **$\widehat{AOB}$ est un angle au centre du cercle.**

Exemple d'angles au centre dans la situation problème : $\widehat{ABC}$; $\widehat{CAB}$

Je retiens :

Pour trouver l'angle au centre associé à un angle inscrit, on remplace le sommet de l'angle au centre par le centre du cercle.

Dans la situation problème :

- l'angle au centre associé à $\widehat{ACB}$ est $\widehat{AOB}$
- l'angle au centre associé à $\widehat{ABC}$ est $\widehat{AOC}$
- l'angle au centre associé à $\widehat{CAB}$ est $\widehat{COB}$

Exercices d'application :

CIAM 3^e page 74 exercices 1.a et 1.b

2) Angle inscrit et arc intercepté :

Dans la situation problème, l'angle $\widehat{ACB}$ est un angle inscrit dans le cercle. Cet « touche » l'arc AB : on dit que l'angle $\widehat{ACB}$ intercepte l'arc AB.

Dans la situation problème :

- l'angle $\widehat{ABC}$ intercepte l'arc AC
- l'angle $\widehat{CAB}$ intercepte l'arc CB

NB : Deux arcs de cercle ont la même longueur s'ils sont formés par deux cordes de même longueur.

Exercice de maison :

CIAM 3^e page 78 exercices 1

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II/ Calculer des grandeurs :

1. Relation entre l'angle inscrit et l'angle au centre associé :

Propriété 1 :

« Si un angle inscrit est aigu, sa mesure est la moitié de la mesure de l'angle au centre associé »

L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ est aigu donc mes

$$\text{mes } \widehat{BAC} = \frac{\text{mes } \widehat{BOC}}{2}$$

Propriété 2 :

« Si un angle inscrit est obtus, sa mesure est la différence de 180° et la moitié de la mesure de l'angle au centre associé »

L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ est obtus donc mes

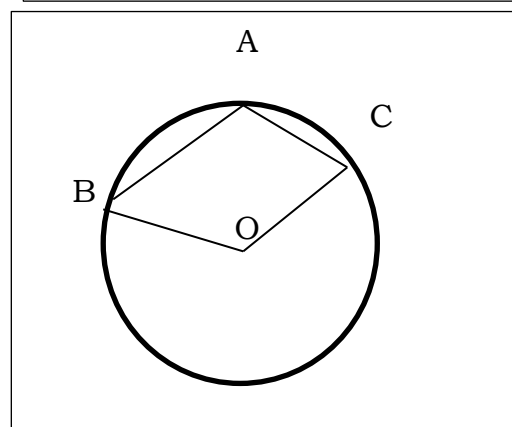
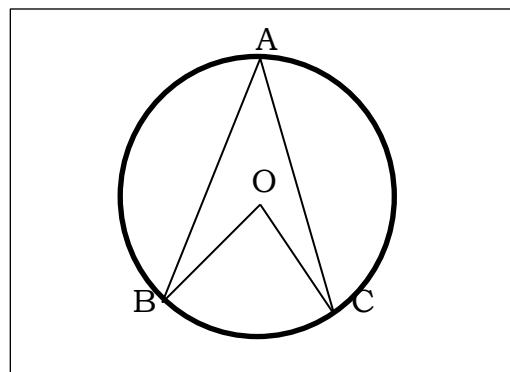
$$\text{mes } \widehat{BAC} = 180^\circ - \frac{\text{mes } \widehat{BOC}}{2}$$

Exercices d'intégration :

CIAM 3^E page 75 exercices 1.c et 1.d

Exercices de maison :

CIAM 3^E page 78 exercices 2 à 5



Séance 4

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

2. Egalité des mesures d'angles inscrits :

Propriété 1 :

« Si deux angles inscrits interceptent le même arc, ils ont la même mesure »

L'angle inscrit $\widehat{BAC}$ est aigu donc mes

Propriété 2 :

« Si deux angles inscrits interceptent deux arcs de même longueur, ils ont la même mesure »

Exercices d'intégration :

CIAM 3^E page 78 exercices 6 à 11

Exercices de remédiation :

CIAM 3^E page 79 tous les exercices 12 à 22

FICHE PEDAGOGIQUE

<u>Nom :</u> <u>Prénom (s) :</u> <u>Etablissement :</u> <u>Classe : 3^E</u> <u>Effectif :</u>	<u>Année scolaire :</u> <u>Fiche : N° 1</u> <u>Durée : Du au</u> <u>Spécialité: Algèbre</u> <u>Contact (s) :</u>
---	--

Compétence 3: Résoudre des problèmes faisant appel à l'organisation des données et aux fonctions

Thème : **ORGANISATION DES DONNEES ET FONCTIONS**

Leçon 2: **STATISTIQUES**

Séances: 04

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncés (situation d'apprentissage, exercices) ; instruments de géométrie.

Prérequis : **fréquences et moyennes d'une série statistique**

Documentation : CIAM 3^E (livre de l'élève) ; tableaux de (progression annuelle, présentation des programmes de mathématiques du secondaire 1, guide d'exécution du programme de mathématiques ; épreuves des BEPC au Togo

Capacités	Contenus
Présenter et organiser des données	- Vocabulaire de la statistique - Caractère quantitatif, qualitatif - Dépouillement d'enquête - Tableau des effectifs, des effectifs cumulés croissants - Tableau des fréquences, des fréquences cumulées croissantes - Exemples de regroupement en classes (d'égales amplitudes)
Calculer des grandeurs	Effectifs, Effectifs cumulés croissants, fréquences, Fréquences cumulées croissantes, moyenne
Construire des diagrammes	Diagrammes à bandes (histogramme), en bâtons, circulaire

Situation d'apprentissage :

Une enquête a été menée sur les âges de 50 élèves d'une classe de 3^E au CEG LAMBOU. Les résultats du dépouillement ont permis d'établir le tableau suivant :

Modalités (Ages en années)	12	13	14	15	16
Fréquences (en %)	2	10	38	34	16

Le directeur du collège demande au major de la classe qui est ton ami de lui trouver la moyenne d'âge de cette classe de troisième et ce dernier s'embrouille un peu. Aide ton ami à faire ce qui lui est demandé.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande aux élèves comment se calcule la moyenne et la fréquence d'une série statistique ?	Donne des réponses : - La moyenne est quotient de la somme des produits des modalités et leurs effectifs par l'effectif total. - La fréquence d'une modalité est le quotient de l'effectif de la modalité par l'effectif total

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) Effectif total = 50 Tableau des fréquences 3) Calcul de la moyenne de la série

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Pour trouver la moyenne d'âge, nous avons besoin des effectifs des modalités

Modalités	12	13	14	15	16	<i>Totaux</i>
Fréquences(en %)	2	10	38	34	16	100
Effectifs	1	5	19	17	8	$E = 50$
Produits	12	65	266	255	128	$P = 726$

: 2

La moyenne de la série est $M = \frac{P}{E}$ donc $M = \frac{726}{50}$ d'où **$M = 14,52$**

Conclusion : La moyenne d'âge de cette classe est 15 ans.

Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et pose éventuellement des questions

Trace écrite

I/ Présenter et organiser des données

3) Vocabulaire de la statistique:

1.1) Rappels de 4^e :

En statistique :

- **Une enquête** est une recherche sur un thème donné
- **Un caractère** est l'information recherchée par l'enquête
- **Une modalité** est chaque réponse obtenue à propos du caractère étudié
- **Un effectif d'une modalité** est le nombre de fois que la modalité est citée dans le dépouillement (ou la décompte)
- **Un caractère qualitatif** est un caractère dont les modalités ne sont pas des nombres
- **Un caractère quantitatif** est un caractère dont les modalités sont des nombres
- **La fréquence d'une modalité** est le quotient de l'effectif de la modalité par l'effectif total
- **Le mode** est la modalité la plus fréquente (ou ayant le plus grand effectif)

NB : Dans la situation d'apprentissage, le tableau des fréquences proposé est une sorte d'organisation de données statistiques.

1.2) Effectif cumulé (ou cumul) – Fréquence cumulée :

- **Le cumul ou l'effectif cumulé croissant** d'une modalité A est la somme des effectifs de toutes les modalités inférieures ou égales à la modalité A dans un caractère quantitatif.

NB : L'effectif cumulé croissant de la dernière modalité est l'effectif total de la série.

- **La fréquence cumulée croissante** d'une classe est le quotient de l'effectif cumulé de cette classe par l'effectif total.

Exercice d'intégration :

Voir CIAM 3^e page 206 exercice 2.a

Solution :

Je complète le tableau

Modalités	18	26	28	30	32	35	40	45	50	55	60
Effectifs	1	1	3	2	3	2	4	2	6	6	15
Eff. cumulés	1	2	5	7	10	12	16	18	24	30	45

Il y a 18 classes ayant moins de 48 élèves.

Exercices de maison :

Exercice 1

Le tableau suivant illustre la répartition des billets de banque dans la caisse de la société ALOUMON & FILS

Billets	500	1000	2000	5000	10000	Total
Effectifs						
Effectifs cumulés croissants	10	19	25	30	50	-

1. Quel est l'effectif de cette série statistique ? Complète le tableau.

2. Précise le mode de cette série statistique.

Exercice 2

Voici le tableau des effectifs cumulés des notes de composition de maths de 3^e B

Note obtenue	07	08	09	10	11	12	13	14	15
Cumuls	4	9	16	24	30	40	45	48	50

1. Quel est l'effectif total N de cette classe de troisième ?
2. a) Organise ces données dans un tableau des effectifs et fréquences.
b) Précise le mode de la répartition.
c) Calcule la moyenne de cette classe à ce devoir. Apprécie cette classe.

Solution :

Exercice 1

1. L'effectif de la série est 50

Billets	500	1000	2000	5000	10000	Total
Effectifs	10	9	6	5	20	50
Effectifs cumulés croissants	10	19	25	30	50	-

2. Le mode de cette série est 10000.

Exercice 2

1. L'effectif total est N = 55
2. a) Tableau des effectifs et fréquences.

Note	07	08	09	10	11	12	13	14	15	Total
Effectif	4	5	7	8	6	10	5	3	2	50
Fréquence en %	8	10	14	16	12	20	10	6	4	100

- b) Le mode de la répartition est la modalité 12.
- c) Calcul de la moyenne de cette classe :

Note (M)	07	08	09	10	11	12	13	14	15	Total
Effectif (E)	4	5	7	8	6	10	5	3	2	50
Produit (M x E)	28	40	63	80	66	120	65	42	30	534

$$\text{Moyenne} = \frac{534}{50}$$

Moyenne = 10,68

Appréciation : La classe a fait un travail passable.

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler les exercices de maison - Instaurer un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

4) Regroupements en classes:

Quand un caractère est quantitatif, on peut grouper les modalités et obtenir ainsi des classes.

a- **Notion de classes :**

Soient a et b deux réels positifs tel que $a < b$.

Tout intervalle de la forme $[a ; b]$ est une classe d'amplitude $b - a$

b- **Effectif d'une classe :**

L'effectif d'une classe est la somme des effectifs de toutes les modalités situées dans cette classe.

c- **Notion de classe modale :**

La classe modale d'une série statistique est la classe ayant le plus grand effectif.

d- **Fréquence d'une classe :**

La fréquence d'une classe est le quotient de l'effectif de cette classe par l'effectif total.

Exercices d'intégration :

Voir CIAM 3^E page 214 exercices 17 (sans le diagramme)/CIAM 3^E page 209 exercice 3.b

Solution :

17) Je complète le tableau

Classes	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[	Total
Effectifs	51	231	252	858	445	363	2000
Fréquences(%)	2,55	11,55	12,6	32,9	22,25	18,15	100

3.b) La classe modale est [10 ; 20[.

NB : Pour calculer la moyenne d'une série avec les classes, on se sert du centre de chaque classe

Calculons la moyenne de la série de l'exercice 17 ci-dessus

Classes	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[	Total
Effectifs (E)	51	231	252	858	445	363	2000
Centre de la classe (C)	35	45	55	65	75	85	-
Produit ExC	1785	10395	13860	55770	33375	30855	146040

La moyenne = $\frac{146040}{2000}$ donc la moyenne est **73,02**

Exercice de maison :

(BEPC 2015-Togo session normale, exercice 1 question N°3)

Après un devoir de mathématique dans une classe de troisième, le relevé des notes est le suivant : 16 ; 2 ; 5 ; 11 ; 4 ; 6 ; 10 ; 7 ; 1 ; 6 ; 12 ; 9 ; 2 ; 13 ; 7 ; 8 ; 17 ; 7 ; 10 ; 11

a) Sachant que tous les élèves ont fait le devoir, quel est l'effectif de cette classe ?

b) Fais un regroupement de ces notes par classes d'amplitude 5 et donne le tableau des effectifs.

c) Quelle est la classe modale de cette série statistique?

d) Quel est le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 10 ?

Solution :

a) L'effectif de cette classe est 20

b) Tableau des effectifs.

Classe	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	Total
Effectif	4	8	6	2	20

c) La classe modale de cette série statistique est [5 ; 10[

d) Le pourcentage des élèves ayant une note supérieure ou égale à 10

$$P = \frac{\text{effectif} \times 100}{\text{effectif total}} = \frac{7 \times 100}{20} \text{ donc } \mathbf{P = 35 \%}$$

Séance 4

Activités du professeur

- Contrôler les exercices de maison
- Instaurer un débat pour ajuster les solutions
- Corriger les quelques petites erreurs des élèves

Activités de l'élève

- Un élève met sa production au tableau
- Posent des questions
- Copient

Trace écrite

III/ Construire des diagrammes

1) Diagramme en bâtons:

Exercice : Voir CIAM 3^E page 213 exercice 9

Solution :

Tableau des effectifs

Mod.	2	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Tot.
Eff.	1	4	5	2	5	2	4	3	4	4	4	4	1	4	2	1	50
Fréq. %	2	8	10	4	10	4	8	6	8	8	8	8	2	8	4	2	100
Cum.	1	5	10	12	17	19	23	26	30	34	38	42	43	47	49	50	-

Le mode du caractère est 5 ou 8.

Moyenne du devoir

Mod.	2	4	5	6	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Tot.
Eff.	1	4	5	2	5	2	4	3	4	4	4	4	1	4	2	1	50
Prod.	2	16	25	12	40	18	40	33	48	52	56	60	16	68	36	19	541

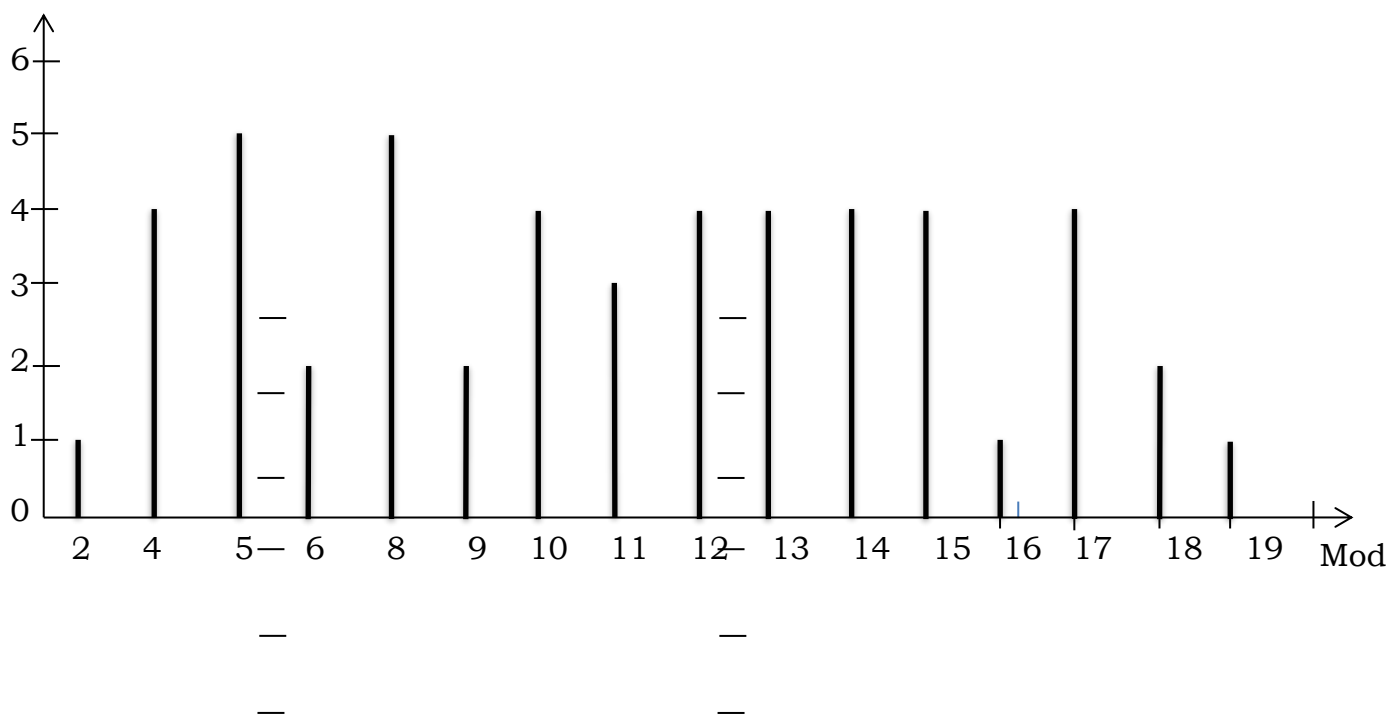
Moyenne = $\frac{541}{50}$ donc **Moyenne = 10,82**

Nombre d'élèves ayant une note plus petite que la moyenne = 23 (il s'agit du cumul de la modalité 10)

Nombre d'élèves ayant une note inférieure ou égale au mode = 17 (il s'agit du cumul de la modalité 8)

Diagramme en bâtons des effectifs

Effectifs



2) Diagramme à bandes:

Exercice : Voir CIAM 3^E page 213 exercice 10

Solution :

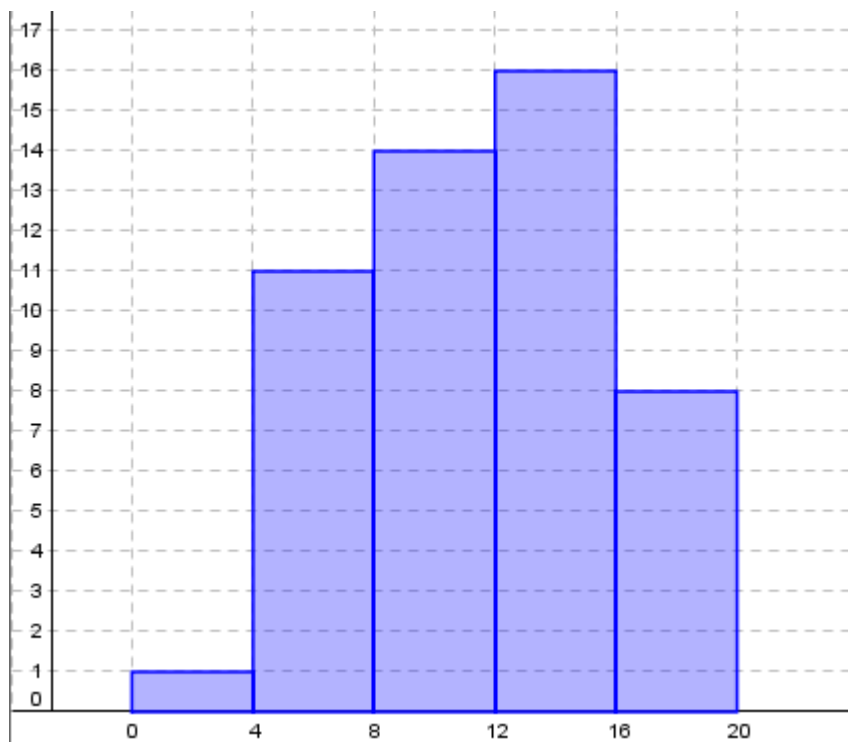
Tableau des effectifs

Modalité	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20]	Total
Effectif	1	11	14	16	8	50
Fréquence (%)	2	22	28	32	16	100

La classe modale est [12 ; 16[

Diagramme à bandes

Effectifs



classe

3) Diagramme circulaire:

Exercice : Voir CIAM 3^E page 212 exercice 5

Solution :

- Liste des modalités : k ; b ; w ; c ; r
- L'effectif total est 36 (soit 6 x 6)
- Tableur des effectifs et fréquences

Modalité	b	c	k	r	w	Total
Effectif	5	4	13	6	8	36
Fréq. %	14	11	36	17	22	100

- Le mode est la modalité k (batik)

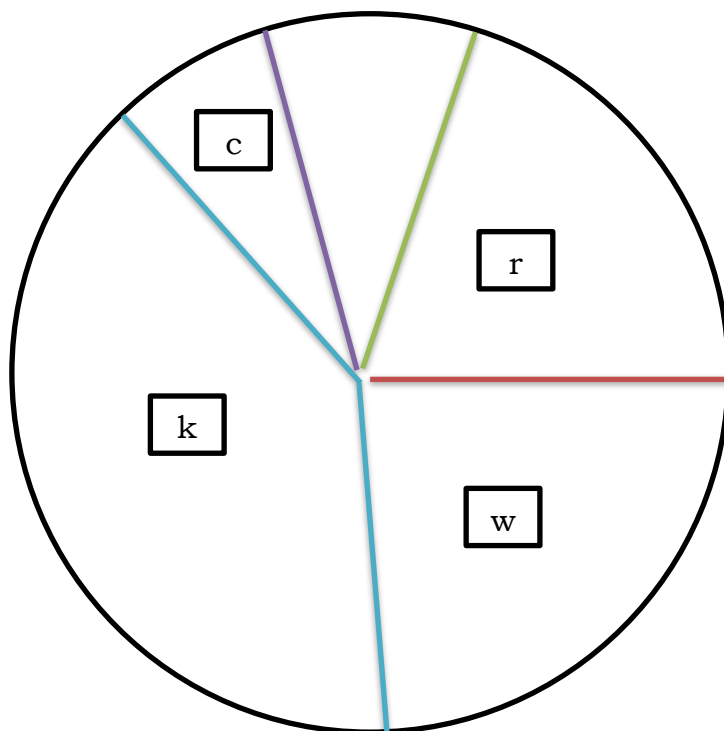
NB : La mesure de l'angle au centre représentant une modalité est donnée par la

formule : **Mesure de l'angle** = $\frac{\text{Effectif de la modalité} \times 360^\circ}{\text{Effectif total}}$

Tableau des mesures d'angles

Modalité	b	c	k	r	w	Total
Effectif	5	4	13	6	8	36
Angles	50°	40°	130°	60°	80°	360°

Diagramme circulaire



Exercices de maison :

Voir CIAM 3^E page 214 exercices 13 et 14

Solution :

Exercice 13 :

Tableau des effectifs et fréquences

Classes	[0 ; 500[	[500 ; 1000[	[1000 ; 1500[	[1500 ; 2000[	[2000 ; 2500[	[2500 ; 3000[
Effectifs	17	20	39	27	13	24
Fréquences	12 %	14 %	28 %	19 %	9 %	17 %

La classe modale est [1000 ; 1500[

Exercice 14 :

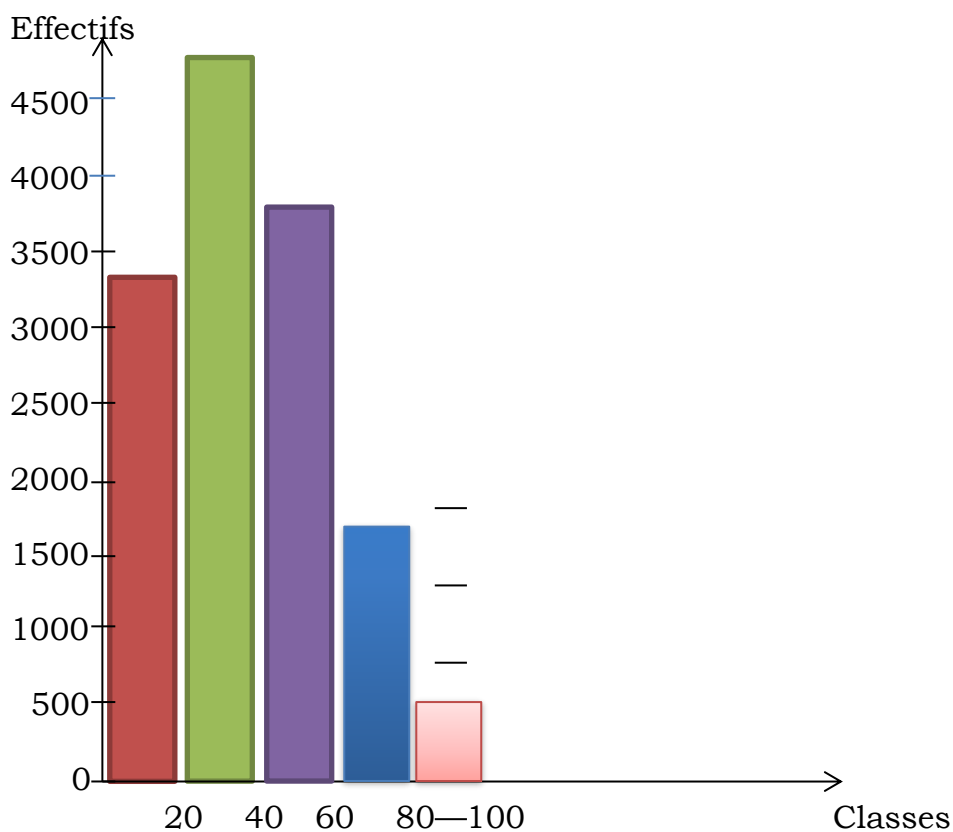
Tableau des effectifs et fréquences

Classes	[0 ; 20[	[20 ; 40[	[40 ; 60[	[60 ; 80[	[80 ; 100[	Total
Effectifs	3313	4812	3712	1581	330	13748
Fréquences	2,4 %	11,5 %	27 %	35 %	24,1 %	100 %

La classe modale est [20 ; 40[

Diagramme à bandes

Echelle : 1 cm pour 500 (en effectif)



Exercices de remédiation: (Le choix est laissé à l'enseignant selon le niveau de sa classe)

*BEPC 2006 exercice 1 / BEPC 2007 exercice 2 / BEPC 2010 exercice 1 question 3
BEPC 2011 exercice 2 / BEPC 2013 exercice 1 question 2 / BEPC 2017 exercice 2*

FICHE PEDAGOGIQUE

Nom :	Année scolaire : 2022-2023
Prénom (s) :	Fiche : N° 1
Etablissement :	Durée : Du au
Classe : 3 ^E	Spécialité: Géométrie
Effectif :	Contact (s) :

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 3: **APPLICATIONS DU PLAN**

Leçon 1: **SYMETRIES ORTHOGONALES, SYMETRIES CENTRALES, TRANSLATIONS**

Séances: 04

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Enoncés (situation d'apprentissage, exercices) ; instruments de géométrie.

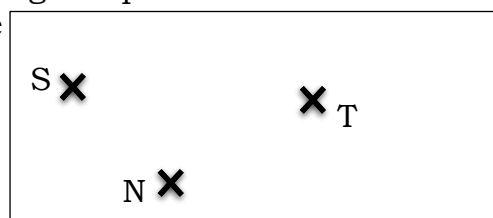
Prérequis : **symétrie par rapport à un point**

Documentation : CIAM 3^E (livre de l'élève) ; tableaux de (progression annuelle, présentation des programmes de mathématiques du secondaire 1, guide d'exécution du programme de mathématiques

Aptitudes	Contenus
Reconnaitre / Identifier une application du plan	- Composée de deux symétries orthogonales d'axes parallèles ou perpendiculaires - Composée de deux translations
Construire	Image d'une figure par la composée : - de deux symétries orthogonales d'axes parallèles ou perpendiculaires - de deux translations.
Justifier	- Propriété d'une configuration - Programme de construction simple

Situation - problème :

Tohoun ; Tsévié et Notsè sont trois villes d'une zone du Togo respectivement représentées par les points T, S et N comme le montre la figure ci-dessous. Les autorités de cette zone désirent y faire passer deux autoroutes représentées par deux droites (D₁) et (D₂) symétriques par rapport à T tels que (D₁) passe par N et (D₂) par S. La réalisation du plan du projet devient un peu compliquée pour eux.



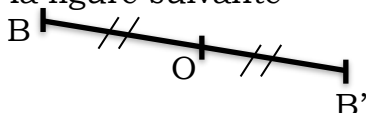
A partir de tes connaissances en géométrie, propose-leur une figure montrant les deux routes une explication à l'appui.

Stratégies pédagogiques :

- Organisation des élèves en petits groupes après un travail individuel
- Questions - Réponses

Séance 1

Mobilisation des prérequis (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Marque deux points distincts B et O au tableau et demande aux élèves de marquer le point B' symétrique de B par rapport à O	- Font la figure suivante 

Présentation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Copie la situation problème au tableau - Demande à un élève de lire la situation problème - Veille à ce que les autres élèves suivent en lecture silencieuse	- Copient la situation problème dans leurs cahiers de leçons - Lecture de la situation problème

Appropriation de la situation problème (5 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
1) Quels sont les mots difficiles dans le sujet ? 2) Quelles sont les données du sujet ? 3) Quel est le problème posé par l'exercice ?	1) Répondent en fonction de leurs difficultés 2) N, T et S sont non alignés ; $N \in (D_1)$ et $S \in (D_2)$; (D_1) image de (D_2) par S_T 3) Faire une figure montrant (D_1) et (D_2)

Organisation du travail (15 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande un travail individuel - Forme les petits groupes - Suis les groupes pour les guider en cas de difficultés	- Travail individuel - Travail en groupe - Demandent de l'aide si possible

Mise en commun (20 minutes)

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Demande à un groupe d'exposer son travail au tableau - Demande la réaction des autres groupes - Fais la synthèse avec les élèves	- Exposent leur travail au tableau - Réagissent suite à l'exposition d'un autre groupe - Copient la synthèse

Synthèse (5 minutes)

Explication de la construction:

Points	N	T	S
Symétriques	N'	T'	S

On construit N' et T' images de N et S par l'application S_T

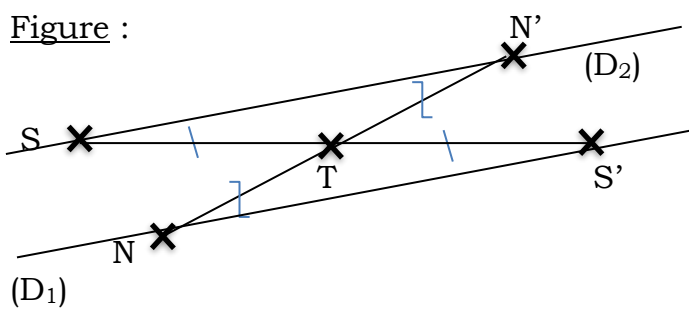
Si $N \in (D_1)$ alors $N' \in (D_2)$

Si $S \in (D_2)$ alors $S' \in (D_1)$

En conclusion, la droite (D_1) est encore (NS') et la droite (D_2) est encore (SN')

Ainsi on peut tracer (D_1) et (D_2)

Figure :



Séance 2

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et posent éventuellement des questions

Trace écrite

1/ Présentation et vocabulaire

1.1) Les symétries centrales :

Dans la résolution de la situation problème, les points S et S' sont **symétriques par rapport à T**, car T est le milieu de $[SS']$. En d'autres termes, S' est l'image de S par l'application S_T .

NB :

- La symétrie par rapport au point T est encore appelée **symétrie centrale de centre T** et se note S_T
- Le symétrique d'un point par rapport à lui-même est encore ce point

1.2) Les symétries orthogonales :

Soient (D) une droite, A et A' deux points n'appartenant pas à (D).

Les points A et A' sont **symétriques par rapport à (D)**, veut dire que (D) est la médiatrice de $[AA']$. En d'autre termes, A' est l'image de A par l'application $S_{(D)}$.

NB :

- La symétrie par rapport à la droite (D) est encore appelée **symétrie orthogonale d'axe (D)** et se note $S_{(D)}$
- Tout point situé sur l'axe de symétrie d'une symétrie est son propre image par cette symétrie

1.3) Translations :

Sur la figure de résolution de la situation problème, nous remarquons que $SN'SN$ est un parallélogramme d'où $\overrightarrow{SN'} = \overrightarrow{NS'}$: on dit que N' est l'image de S par la translation de vecteur $\overrightarrow{NS'}$.

Définition à retenir :

Etant donnés un vecteur $\vec{u}$ et deux points distincts A et A' dans le même plan, A' est l'image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$ signifie que $\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$

Cette translation de vecteur $\vec{u}$ se note $t_{\vec{u}}$ et se lit « translation de vecteur $\vec{u}$ »

NB : Par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$ le point B a pour image le point C

Exercice d'intégration :

Voir CIAM page 91 exercice 6 / page 91 exercice 1

Résolution :

Exercice 6

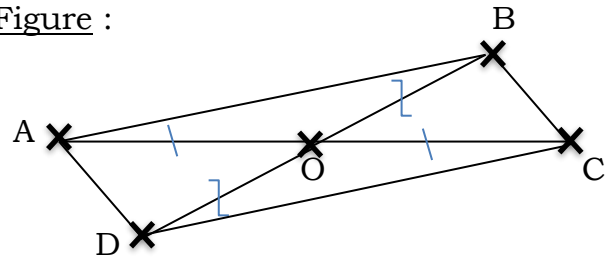
Explication de la construction:

Points	O	B	A
Symétriques	O	D	C

ABCD est un parallélogramme donc les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu que nous nommons O.

Ainsi A et C sont symétriques par rapport à O d'une part et D est le symétrique de B par rapport à O d'autre part.

Figure :



On suivra alors le programme suivant pour tracer ABCD :

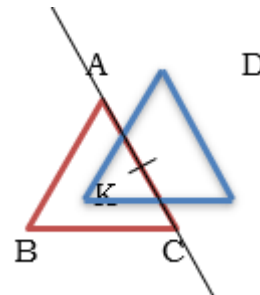
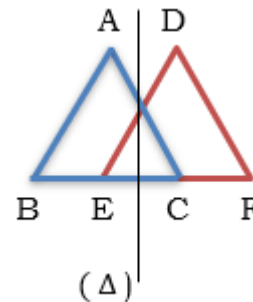
- Tracer un segment [AC] de 8 cm et marquer son milieu O
- Tracer le triangle ABO avec AB = 6 cm, BO = 2,5 cm
- Marquer le point D symétrique de B par rapport à O
- Construire alors le parallélogramme ABCD

Exercice 1

a) 1. La symétrie d'axe (Δ) avec (Δ) la médiatrice de [EC] donne T_2 pour image de T_1 et T_1 pour image de T_2

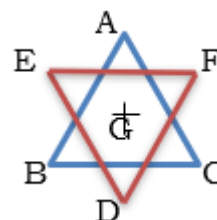
2. La translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$ donne T_2 pour image de T_1

3. La translation de vecteur $\overrightarrow{DA}$ donne T_1 pour image de T_2



b) 1. La symétrie par rapport au point K milieu de [AC] donne T_1 pour image de T_2 et T_2 pour image de T_1

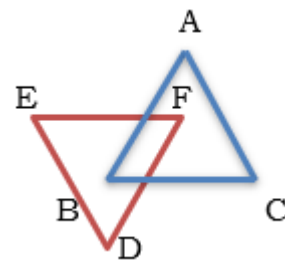
2. La symétrie d'axe (AC) donne T_1 pour image de T_2 et T_2 pour image de T_1



c) 1. La symétrie d'axe (AD), (EF) ou (EC) donne T_1 pour image T_1 et T_2 pour image de T_2

2. La symétrie de centre G centre de gravité de T_1 ou T_2 donne T_1 pour image de T_2 et T_2 pour image de T_1

d) La symétrie par rapport à M intersection de (EC) et (BF) donne T_1 pour image de T_2 et T_2 pour image de T_1



Exercice de maison :

Voir CIAM page 91 exercice 5

Résolution :

Exercice 5

Explication de la construction du point B' :

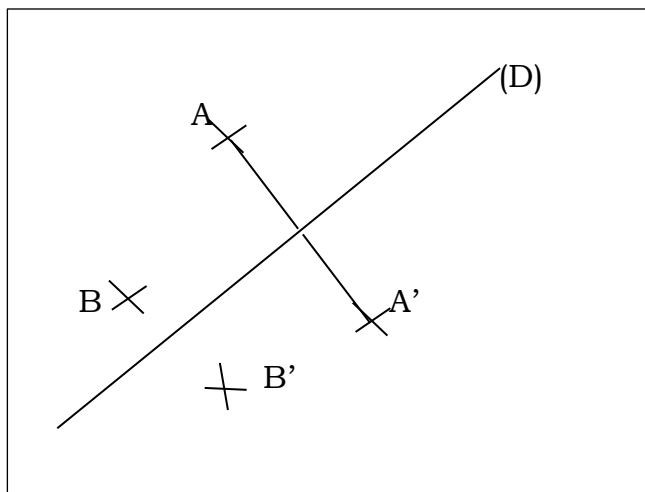
(D) est la médiatrice commune de $[AA']$ et $[BB']$

$AB = A'B'$ donc $B' \in \mathcal{C}(A' ; AB)$

$BA' = B'A$ (**car** $O \in (D)$ **d'où** $BO = B'O$ et $OA = OA'$) donc $B' \in \mathcal{C}(A ; BA')$

Par conclusion, les deux cercles se coupent en B' .

Figure :



	A	B
	A'	B'

Séance 3

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et posent éventuellement des questions

Trace écrite

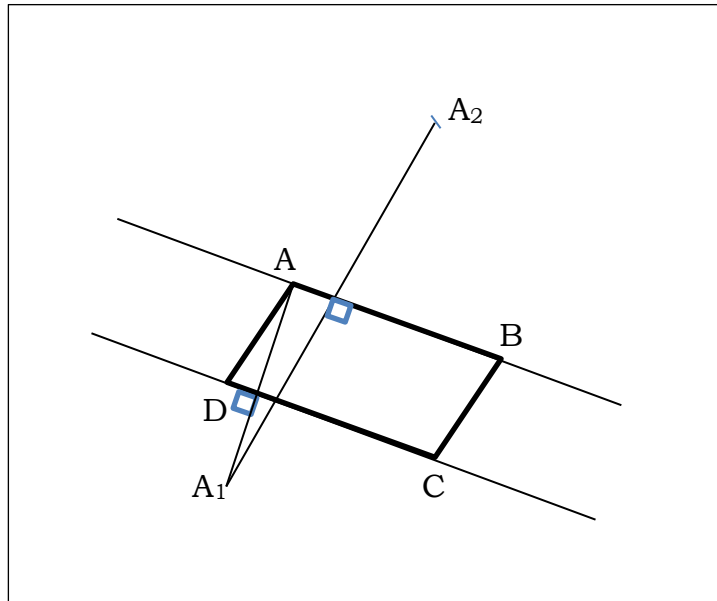
2/ Composée de des applications

2.1) Composée de deux symétries orthogonales d'axes parallèles :

Activité :

Trace un parallélogramme ABCD. Marque le point A_1 image de A par $S_{(DC)}$ puis le point A_2 image de A_1 par $S_{(AB)}$.

Solution :



A_2 est l'image de A par **$S_{(DC)}$ suivie de $S_{(AB)}$** .

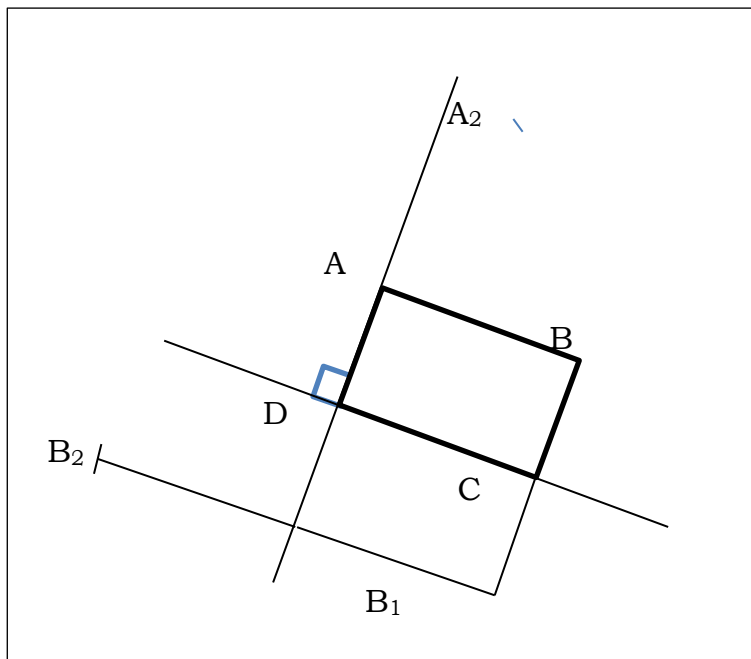
$S_{(DC)}$ suivie de $S_{(AB)}$ est la composée de **$S_{(DC)}$ et $S_{(AB)}$** et se note **$S_{(AB)} \circ S_{(DC)}$**

2.2) Composée de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires :

Activité :

Trace un rectangle ABCD. Marque le point B_1 image de B par $S_{(DC)}$ puis le point B_2 image de B_1 par $S_{(AD)}$.

Solution :



B_2 est l'image de B par **$S_{(DC)}$ suivie de $S_{(AD)}$** .

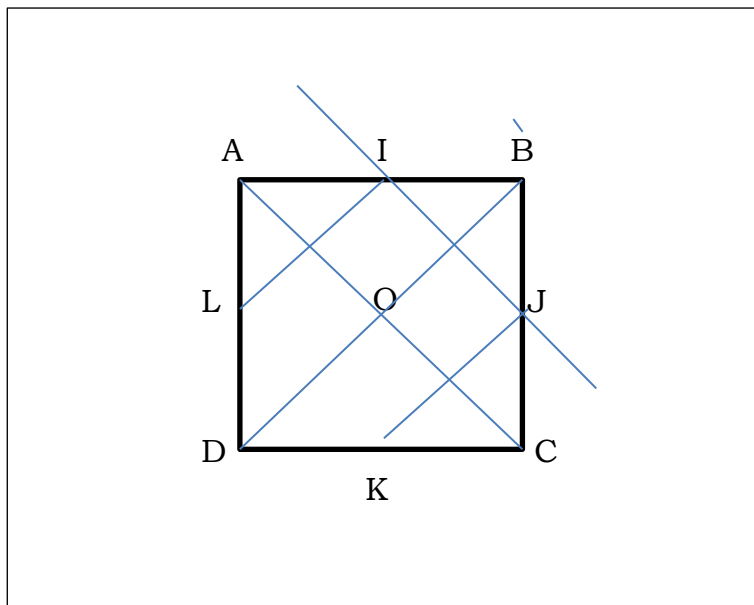
$S_{(DC)}$ suivie de $S_{(AD)}$ est la composée de **$S_{(DC)}$ et $S_{(AD)}$** et se note **$S_{(AD)}$ o $S_{(DC)}$**
NB : pour parler de composée de symétries, on peut aussi dire symétries successives.

Exercice d'intégration :

Voir CIAM page 91 exercice 8

Résolution :

Figure



Je complète les tableaux

	
O	O
A	C
B	D
C	A
D	B

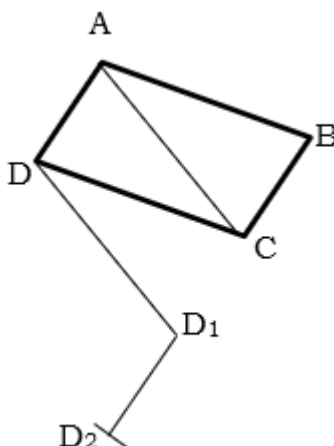
	
O	B
D	O
L	I
K	J

2.3) Composée de deux translations :

Activité :

Trace un parallélogramme ABCD. Marque le point D_1 image de A par $t_{\overline{AC}}$ puis le point D_2 image de D_1 par $t_{\overline{AD}}$.

Solution :



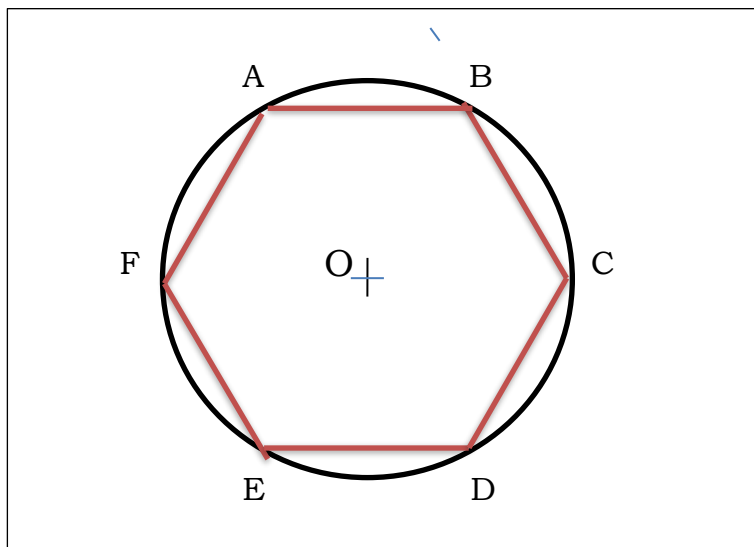
D_2 est l'image de D par $t_{\overrightarrow{AC}}$ suivie de $t_{\overrightarrow{AD}}$.

$t_{\overrightarrow{AC}}$ suivie de $t_{\overrightarrow{AD}}$ est la composée de $t_{\overrightarrow{AC}}$ et $t_{\overrightarrow{AD}}$ et se note $t_{\overrightarrow{AD}} \circ t_{\overrightarrow{AC}}$

Exercice d'intégration :

Voir CIAM page 91 exercice 7

Résolution :



Je complète les tableaux

	
O	D
A	O
B	C
F	E

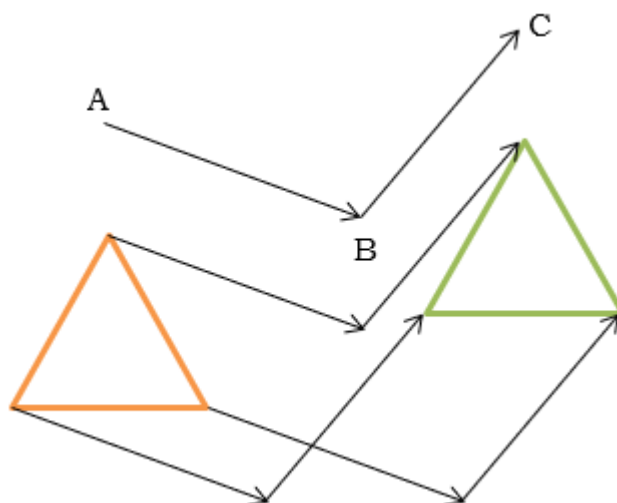
	
O	F
B	A
C	O
D	E

Exercice de maison :

Voir CIAM page 91 exercice 9

Résolution :

Exercice 9



Séance 4

Institutionnalisation

Activités du professeur	Activités de l'élève
Présente la trace écrite en faisant le lien entre la trace écrite et la situation problème	Prennent note et posent éventuellement des questions

Trace écrite

3/ Propriétés des symétries et translations :

Par une symétrie ou une translation :

- ✓ Des points alignés (une droite) ont pour images des points alignés (droite)
- ✓ Un segment a pour image un segment de même longueur
- ✓ Le milieu d'un segment a pour image le milieu de l'image de ce segment
- ✓ Un angle a pour image un angle de même mesure
- ✓ Un cercle a pour image un cercle de même rayon

- ✓ Deux perpendiculaires ont pour images deux droites perpendiculaires
- ✓ Deux droites parallèles ont pour image deux droites parallèles
- ✓ Si un point est l'intersection de deux droites, alors son image est l'intersection des images de ces deux droites
- ✓ Une figure a pour image une figure superposable

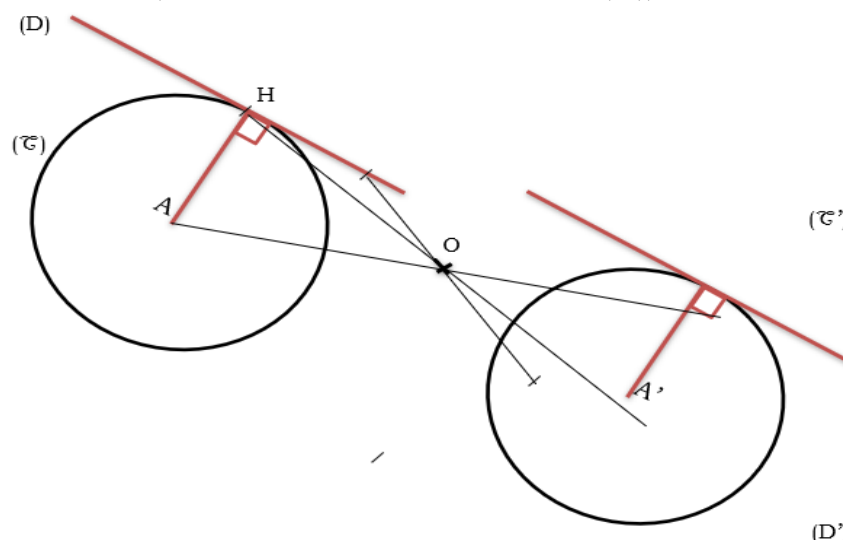
NB :

- **Par une symétrie orthogonale**, toute droite perpendiculaire à l'axe de la symétrie est sa propre image
- **Par une translation**, une droite dirigée par le vecteur de la translation est sa propre image
- **Par une symétrie centrale**, une droite passant par le centre de la symétrie est sa propre image

Exercice d'intégration :

Voir CIAM page 84 exercice 1.a (avec O n'appartenant pas à (D))

Résolution :



Démontrons que (D') est tangente à $(\mathcal{C}')$

 S_O	A	H	(D)	$(\mathcal{C})$
	A'	H'	(D')	$(\mathcal{C}')$

(D) est tangente à $(\mathcal{C})$ signifie que $(AH) \perp (D)$. Or $(A'H')$ et (D') sont les images de (AH) et (D) donc on a $(A'H') \perp (D')$.

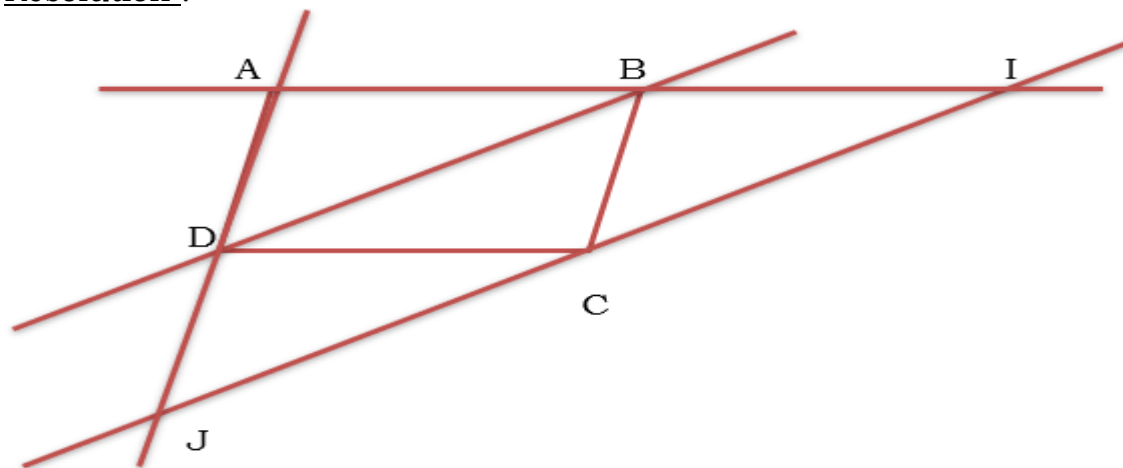
De plus, $[AH]$ est un rayon de $(\mathcal{C})$ donc est $[A'H']$ un rayon de $(\mathcal{C}')$.

(D') est perpendiculaire à $(A'H')$ en H' donc (D') est tangente à $(\mathcal{C}')$.

Exercice de maison :

Voir CIAM page 85 exercice 2.c

Résolution :



Démontrons que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DJ}$

Comme ABCD est un parallélogramme on aura $(AD) \parallel (BC)$ et $(AB) \parallel (DC)$

Données :

$(DB) \parallel (CI)$

$(BI) \parallel (CD)$

$(DJ) \parallel (BC)$

$(DB) \parallel (JC)$

Conclusions 1:

ABCD est un parallélogramme

DBCJ est un parallélogramme

Conclusion 2:

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BI}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DJ}$

Démontrons que les triangles BIC et DCJ sont superposables :

Données :

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BI}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DJ}$

Conclusions 1:

DBIC est un parallélogramme

BCJD est un parallélogramme

$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{JC}$

$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CI}$

Avec $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{JC}$, C est l'image de J par $t_{\overrightarrow{DB}}$

Avec $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CI}$, I est l'image de C par $t_{\overrightarrow{DB}}$

On peut ainsi établir le tableau de correspondance suivant

	J	C	D
	C	I	B

Les triangles BIC est l'image du triangle DCJ par $t_{\overrightarrow{DB}}$ donc les deux triangles BIC et DCJ sont superposables.

Exercices de remédiation :

Voir CIAM page 91 exercices 3 et 4 / page 92 exercices 10 et 14 / page 90 exercices 3.a et 3.b

FICHE PEDAGOGIQUE APC-MATHEMATIQUES

Nom :	Année scolaire : 2022-2023
Prénom (s) :	Fiche :
Etablissement :	Durée : Du au
Classe : 3 ^E	Spécialité: GEOMETRIE
Effectif :	Contact (s) :

Compétence 1: Résoudre des problèmes faisant appel aux configurations de l'espace et du plan, aux applications du plan, à l'outil vectoriel et à la géométrie analytique

Thème 2: **CONFIGURATIONS DU PAN**

Leçon: **HOMOTHETIES**

Séances:

Durée d'une séance: 55 minutes.

Supports didactiques: Programme APC ; Guide d'exécution du programme APC ; Livre de mathématiques CIAM 3^E ; Anciennes fiches pédagogiques ; Extraits des épreuves des.

Prérequis :

Capacités	Contenus
Reconnaitre/Identifier une application du plan	Homothétie : Définition, centre, rapport
Construire	- Image d'un point, d'une figure par une homothétie de centre et de rapport donnés (rapport positif) - Agrandissement ou réduction d'une figure simple par une homothétie
Calculer des grandeurs	- Longueur d'un segment (utilisation du rapport de l'homothétie) - Aire d'une figure (utilisation du rapport de l'homothétie) - Mesure d'angle

SITUATION D'APPRENTISSAGE

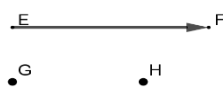
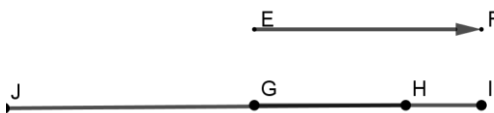
Le père d'ANANI est un agriculteur, il dispose d'un champ de forme carrée d'une grande superficie. Vu les prix élevés des intrants agricoles, et en fonction de ses moyens, il demande à un conseiller agricole de lui donner une estimation de surface à exploiter. Après étude le conseiller agricole dit à l'agriculteur qu'il ne peut qu'exploiter les $\frac{1}{4}$ de la surface disponible de son champ. Ainsi le père d'ANANI désire que l'espace à exploiter soit centré sur le centre du grand champ et que le terrain à exploiter ait le même centre que le grand champ. Mais il ne sait pas comment s'y prendre.

Propose une solution à l'agriculteur.

Stratégie et choix didactique

Cette situation a un intérêt économique et mathématique. Dans un premier temps nous amènerons les élèves à travailler individuellement puis en petits groupes. Après la synthèse des activités nous leur ferons noter l'essentiel à retenir dans une deuxième phase et en fin nous finirons par une évaluation.

Mobilisation des prérequis (5min)

Activités du professeur	Activités de l'élève
On donne le vecteur $\overrightarrow{EF}$ et les points G et H  Construis les points I et J tels que $\overrightarrow{IG} = -\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{JH} = 2 \overrightarrow{EF}$	Construction 

Présentation de la situation problème (5min)

Distribution de la situation d'apprentissage aux élèves/ ou copie la situation d'apprentissage au tableau	Les élèves prennent la situation, ou copie la situation problème/ lisent la situation problème.
---	---

Appropriation de la situation problème (5min)

Quelle est le travail posé dans la situation d'apprentissage ? Quelle est la formule de calcul de l'aire d'un carré	Il s'agit de retrouver la surface du champ à exploiter. L'aire du carré est $C \times C = C^2$
---	--

Organisation du travail : (25 min)

Tout le monde au travail. Chacun cherche pendant 5min. Circule et guide chaque élève. Mettez-vous en groupe puis chercher sur un seul brouillon	Ils résolvent le problème individuellement puis en petits groupes - chaque groupe prépare une synthèse de son travail
--	--

Mise en commun et trace écrite de la synthèse (15min)

Le rapporteur du groupe N°... au tableau pour nous présenter le travail de leur groupe J'instaure le débat, j'apprécie et je fais la synthèse	- un élève du groupe N°... présente le travail du groupe - les membres des autres groupes réagissent en prenant position.
---	--

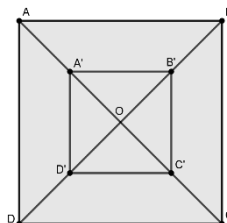
Trace écrite de la synthèse

Soit S et S' les surface respective du grand champ et du terrain à exploiter par le papa d'ANANI. Comme le terrain est un carré on a : $S = C^2$ or $S' = \frac{1}{4} S$ donc $S' = \frac{1}{4} C^2$ alors $S' = (\frac{1}{2} C)^2$ par conséquent le terrain à exploiter est un carré de côté $C' = \frac{1}{2} C$.

Considérons ABCD et A'B'C'D' sont les carrés de centre O et de surfaces respective S et S' : on a $A'B' = \frac{1}{4} AB$ donc en considérant le triangle AOB et la propriété des droites de milieux A' et B' sont milieux respectifs de [OA] et [OB] alors $\overrightarrow{OA'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OA}$.

Conclusion : pour obtenir le terrain à exploiter il faut effectuer une homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{4}$

Figure



Séance 2

Institutionnalisation

Présentation de la trace écrite en faisant le lien la trace écrite et la situation problème

Prennent note de la trace écrite

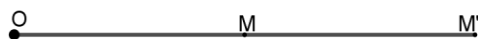
Trace écrite

I/ Homothétie

1) Définition

O est un point du plan et k un nombre réel non nul.

On appelle homothétie de centre O et de rapport k, l'application du plan dans lui-même qui à tout point M associe M' tel que $\overrightarrow{OM'} = k \times \overrightarrow{OM}$ notée h (O ; k)



h

O	O
M	M'

Exemple:

h est une homothétie de centre O et de rapport 5, on écrit $\overrightarrow{OM'} = 5 \times \overrightarrow{OM}$

Remarque : un point, son image et le centre de l'homothétie sont alignés.

Exercice de maison P et Q sont deux point du plan « M est l'image du point Q par l'homothétie de centre P et rapport 3 » traduit cette expression par une égalité vectorielle et fait une figure.

2) Propriété

a) Image d'un point

M' est l'image du point M par une homothétie de centre O de rapport 5/2 : $\overrightarrow{OM'} = \frac{5}{2} \overrightarrow{OM}$



b) Image d'un segment, d'une droite

Propriété

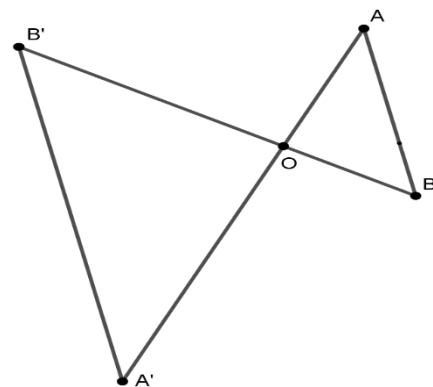
Par une homothétie de rapport k

- l'image d'une droite est une droite qui lui est parallèle
- l'image d'un segment [AB] est un segment [A'B'] de longueur k x AB

$$\overrightarrow{OA'} = -2 \overrightarrow{OA}$$

h

O	O
A	A'
B	B'
[AB]	[A'B']
(AB)	(A'B')



3) Images de figures simples

a) Réduction d'un triangle

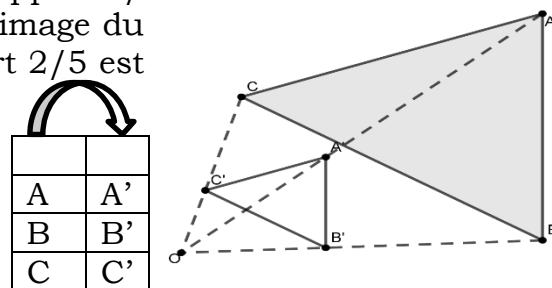
O est un point du plan, ABC est un triangle. Construit l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O de rapport 2/5.

$A'B' = \frac{2}{5} AB$; $A'C' = \frac{2}{5} AC$ et $B'C' = \frac{2}{5} BC$. L'image du triangle ABC par l'homothétie de centre de rapport 2/5 est le triangle A'B'C'

Le triangle A'B'C' est la réduction du triangle ABC à l'échelle 2/5

❖ Le Rapport des périmètres des triangles est 2/5

Périmètre (A'B'C') = 2/5 Périmètre (ABC)

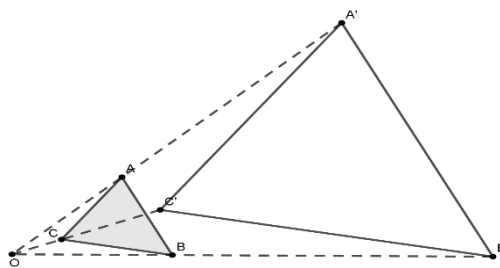


❖ Le rapport des aires des triangles est $(\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$

Aire (A'B'C') = 4/25 Aire (ABC)

b) Agrandissement d'un triangle

O est un point du plan, ABC est un triangle. Construit l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O de rapport 3.



Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

Séance 3

Activités du professeur	Activités de l'élève
- Contrôler la présence et les exercices de maison - Instauration d'un débat pour ajuster les solutions - Corriger les quelques petites erreurs des élèves	- Un élève met sa production au tableau - Posent des questions - Copient

Trace écrite

II°) Justifier

Exercice

ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm. Le point H est le milieu de [BC]

1) a) fait la figure

b) calculer l'aire du triangle ABC

2) On désigne par h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$ et AB'C' l'image du triangle ABC par h

a) construis les points B' et C'

b) Montre que le triangle AB'C' est un triangle équilatéral et calcule son aire.

Solution

1) a) figure

b) l'aire du triangle ABC $\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times AH \times BC$

Calcule de AH

ABC est un triangle équilatéral et H est le milieu de [BC] par conséquent le triangle ABH est rectangle en H on a : $AH^2 = AB^2 - BH^2 \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \quad \mathcal{A} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \Rightarrow \mathcal{A} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

2) a) voire figure

b) Montrons que le triangle AB'C' est un triangle équilatéral

Les points A ; B' et C' sont les images respectives des points A ; B et C par l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$. Donc on a : $AB' = \frac{1}{2} AB = 2 \text{ cm}$; $AC' = \frac{1}{2} AC = 2 \text{ cm}$ et $B'C' = \frac{1}{2} BC = 2 \text{ cm}$.

Comme $AB' = AC' = B'C'$ alors AB'C' est un triangle équilatéral.

✓ Aire du triangle AB'C'

$$\mathcal{A}' = \frac{1}{4} \mathcal{A} \Rightarrow \frac{1}{4} \times 4 \times \sqrt{3} \Rightarrow \mathcal{A}' = \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

NB Les homothétie conserve les mesures des angles.

Exercices de Remédiation. CIAM page 100 exercice 7 ;8 et 9

Travail à faire : Remplir le cahier de texte (3mn)

