


LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 – 2026		
	DEVOIR SURVEILLÉ DU SECOND SEMESTRE		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : TD	DUREE :4H	COEF :3

EXERCICE I (08,00 points)

Dans le cadre d'un projet pédagogique sur l'introduction des Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) en milieu scolaire, une classe effectue une visite dans une unité de production de composants électroniques.

Le directeur de production fournit aux élèves les informations suivantes concernant le processus de fabrication mensuel :

- La proportion de composants conformes (sans défaut) est de 96%.
- Un test de vérification est mis en œuvre. Ce test n'est pas parfait, car il rejette 98% des composants défectueux ainsi que 2% des composants conformes (fausses alertes).

Le directeur affirme que le système de contrôle qualité est fiable car sa marge d'erreur totale (c'est-à-dire la probabilité qu'un composant soit mal classé par le test) est inférieure à 2.5%.

Par ailleurs, la production mensuelle, notée x , est comprise entre 1 000 et 5 000 unités (soit $x \in [1; 5]$, où x est exprimé en milliers de pièces). Le bénéfice mensuel, noté $B(x)$, est exprimé en millions de francs CFA (M FCFA). On sait que : la dérivée de la fonction bénéfice est donnée par :

$$B'(x) = -8x + 24 + \frac{12}{2x+1}$$

Pour une production de 2 000 pièces ($x = 2$), le bénéfice réalisé est de 25 M FCFA (soit 25 000 000 FCFA).

Consigne 1 : Vérifier, à l'aide d'un arbre de probabilité et du calcul de la probabilité d'erreur, si l'affirmation du directeur est correcte.

Consigne 2 : Calculer le bénéfice moyen mensuel de l'entreprise (en arrondissant au millier de FCFA près) puis le bénéfice maximal que peut réaliser l'usine en un mois, ainsi que la production correspondante.

CONSIGNES	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5pts	125pts	0,75pt	0,5pt
Consigne 2	1,5pts	1,5pts	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I : Choisis la ou les bonne(s) réponses parmi les propositions

1. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) . On considère les points A, B et C d'affixes respectives $Z_A = 1$; $Z_B = 2 + 2i$ et $Z_C = 3i$. On note D le barycentre des points pondérés $(A; 1)$, $(B; -1)$ et $(C; 1)$. I est le milieu de $[BD]$.

1.1. L'affixe du point D est :

- a. $1 + i$ b. $-1 + i$ c. $1 - i$ d. $-1 - i$

1.2. L'affixe du point I, milieu de $[BD]$, est :

- a. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ b. $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ c. $1 + 2i$ d. $\frac{1}{2} + i$

1.3. Un argument de $Z = \frac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_D}$ est :

- a. $-\frac{\pi}{2}$ b. $\frac{\pi}{2}$ c. π d. 0

1.4. La nature exacte du quadrilatère ABCD est :

- a. un parallélogramme quelconque b. un losange non carré
 c. un rectangle non carré d. un carré

1.5.. Soit S la similitude directe transformant B en C et I en D.

L'écriture complexe de la similitude S est $z' = mz + b$ avec :

- a. $m = i$ et $b = 2 + i$ b. $m = -i$ et $b = 3 + 3i$ c. $m = i$ et $b = 1 + 2i$ d. $m = -i$ et $b = 2 + 2i$

2. Un joueur participe à un jeu. À chaque partie, il gagne avec une probabilité de 0,4 et perd avec une probabilité de 0,6. Les parties sont indépendantes. Il joue 5 parties. Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de parties gagnées.

2.1. La probabilité que le joueur gagne exactement 2 parties est (à 10^{-3} près) :

- a) 0,230 b) 0,346 c) 0,312 d) 0,259

2.2. L'espérance du nombre de parties gagnées est :

- a) 2 b) 2,5 c) c) 3 d) 1,5

2.3. L'événement "le joueur gagne au moins une partie" a pour probabilité :

- a) $1 - (0,6)^5$ b) $(0,4)^5$ c) $5 \times 0,4 \times (0,6)^4$ d) $1 - (0,4)^5$

2.4. L'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$ est :

- a) \mathbb{R} b) $] - \infty; 1[\cup] 2; +\infty[$ c) $] 1; 2[$ d) $] - \infty; 1[\cup] 2; +\infty[$.

3. On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $I_n = \int_0^1 \left[\frac{(1-x)^n}{1+x} \right] dx$

3.1. Pour tout $n \geq 1, I_n$ a) existe b) n'est pas bien définie c) pas de réponse juste.

3.2. La suite I_n est : a) croissante, b) décroissante c) pas de réponse juste.

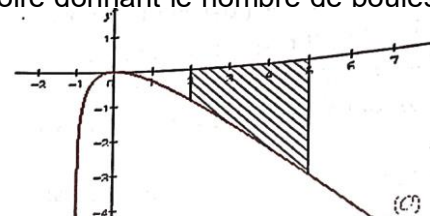
Partie II : Sans recopier les phrases, complète-les en utilisant les lettres de a) à e)

1. Soit f une fonction continue sur $[a; b]$ et si $f(a) \times f(b) < 0$, alors ... a)...

2. Un enfant tire simultanément et au hasard deux boules d'un sac qui en contient cinq au total dont deux noires, deux rouges et une blanche. En désignant par X la variable aléatoire donnant le nombre de boules rouges d'un tirage, la variance de X vaut ... b)...

3. S est une similitude directe de rapport k si pour tout point M, N du plan d'image respective M', N' par S on a : ... c)...

4. Soit f la fonction définie sur $] - 1; +\infty[$ par $f(x) = \ln(x + 1) - x$ et (C) sa représentation graphique dans le repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2cm. Dans la figure ci-contre la portion plane hachurée est



délimitée par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 5$. Sachant qu'une primitive de la fonction $x \mapsto \dots$ d) ...est la fonction $x \mapsto (x + 1) \ln(x + 1) - x$, l'aire de cette portion est: ... e)...

EXERCICE III (06,00 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2 \ln x}{x^2 + x}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal d'unité graphique 2cm.

Partie I : Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$.

1. Étudier le sens de variation de g .
2. a. Calculer $g(1)$ et $g(2)$ puis montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0; +\infty[$.
- b. Trouver un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} .
3. Déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$.

Partie II

4. Étudier les limites de f en 0 et en $+\infty$ puis donner une interprétation graphique des résultats obtenus.

5. a. Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2} \times g(x)$.

 b. En déduire le sens de variation de f .

 c. Montrer que $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ et dresser le tableau de variations de f .

6. Construire la courbe (C_f) de f .

Partie III : On se propose de trouver un encadrement de l'aire A de l'ensemble des points $M(x; y)$ tels

que: $\begin{cases} 1 \leq x \leq \frac{3}{2} \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$


7. Montrer que pour tout réel $\frac{\ln x}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x}$.

8. a. Calculer $I = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln x}{x} dx$

9. En faisant une intégration par parties, calculer : $J = \int_1^{\frac{3}{2}} \frac{\ln x}{x^2} dx$.

10. a. Déduire un encadrement de $K = \int_1^{\frac{3}{2}} f(x) dx$.

 b. Exprimer A en fonction de K puis déduire une valeur approchée de A en cm^2 .

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME – TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 – 2026		
	DEVOIR SURVEILLÉ DU SECOND SEMESTRE		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : TC₄	DUREE :4H	COEF :5

EXERCICE I (08,00 points)

Situation d'Évaluation : Le Projet de l'Entrepreneur Kossi

À l'approche de la fête de l'Indépendance au Togo, l'entrepreneur Kossi, ancien élève du Lycée de Tokoin I, est sollicité pour décorer la place publique d'une localité dans la région des Plateaux. Pour ce projet, il fait appel à son neveu Kodjo, élève en classe de **Terminale C**, afin de valider les dimensions techniques de certains supports décoratifs.

Les données logistiques et techniques sont codées sous forme d'énigmes mathématiques que Kodjo doit résoudre pour lancer la fabrication des structures.

Kodjo dispose des trois blocs d'informations suivants : Le nombre total de délégations N devant prendre place dans la tribune officielle est un entier naturel.

N est le PGCD de deux nombres entiers x et y ($x < y$) dont la somme est 105 et le PPCM est 180. L'un des motifs décoratifs est un solide ABCD. L'aire S (en unités d'aire) de sa base est définie par l'intégrale suivante : $\int_0^{\pi} \exp(x) \sin(x) dx$.

Une deuxième figure est l'image du motif ABCD par une application affine f du plan dont

l'expression analytique dans le repère orthonormé (O, i, j) est :
$$\begin{cases} x' = 8x - 7y \\ y' = -7x + 8y \end{cases}$$

Kodjo doit évaluer l'aire S' de cette figure image en identifiant d'abord la nature de la transformation subie.

Consignes :

En t'appuyant sur tes connaissances en mathématiques, apporte des réponses aux préoccupations de l'entrepreneur Kossi à travers les tâches suivantes :

1. Détermine les entiers x et y , puis déduis-en le nombre de délégations N .

2. En utilisant deux intégrations par parties successives, montrer que $S = \frac{\exp(\pi)+1}{2}$. Déduis-en alors la valeur de l'aire S' de la figure image en fonction de S après avoir déterminé la nature et les éléments caractéristiques de l'application f .

CRITERES	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1pt	1pt	1pt	0,5pt
Consigne 2	1,75pts	1,75pts	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I: Choisir la bonne réponse à chaque question parmi les propositions suivantes

1. La limite de la fonction $x \mapsto \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$ au voisinage de $+\infty$ est égale à :

- a. e^{-2} b. 2 c. 1 d. aucune réponse juste

2. Le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , α est un réel. Soit f_α l'application du plan dans lui-même transformant I en $A(\alpha + 1; \alpha + 2)$, J en $B(-1; -2)$ et laissant invariant O .

2.1. f_α est une transformation affine si et seulement si

$\alpha = 0$ $\alpha \neq 0$ $\alpha > 0$ $\alpha < 0$.

2.2. L'expression analytique de f_α est :

$\begin{cases} x' = (\alpha + 1)x + y \\ y' = (\alpha + 2)x - 2y \end{cases}$ $\begin{cases} x' = (\alpha + 1)x - y \\ y' = (\alpha + 1)x - 2y \end{cases}$ $\begin{cases} x' = (\alpha + 1)x - y \\ y' = (\alpha + 2)x - 2y \end{cases}$

2.3. f_1 est une:

projection Symétrie glissée symétrie axiale similitude directe

2.4. L'ensemble des images de f_0 est la droite

$(D) : y = 2x$ $(D) : y = -2x$ $(D) : y = x$ $(D) : y = -x$

3. Le reste dans la division euclidienne de 278^{2026} par 11 est :

3, 9, 10, aucune bonne réponse donnée.

4. L'équation diophantienne linéaire, $17x - 13y = 2$ admet comme solutions

$(-6 + 13k, -8 + 17k)$, $(7 + 13k, 9 - 17k)$, $(7 + 26k, 9 + 34k)$.

5. La solution générale de l'équation différentielle : $y'' - 3y' + 2y = \sin(2x)$ est :

$f_{AB}(x) = Ae^x + Be^{2x} + \frac{3}{20} \cos(2x) + \frac{1}{20} \sin(2x)$,

$f_{AB}(x) = Ae^x + Be^{2x} - \frac{3}{20} \cos(2x) + \frac{1}{20} \sin(2x)$,

$f_{AB}(x) = Ae^x + Be^{2x} + \frac{3}{20} \cos(2x) - \frac{1}{20} \sin(2x)$,

PARTIE II: Compléter :

1. Soit le système $S :: x \in \mathbb{Z} : \begin{cases} x \equiv 1[2] \\ x \equiv 2[3] \\ x \equiv 3[5] \end{cases}$. L'ensemble solution du système S est $\{ \dots \text{[a]} \dots \}$.

2. $\hat{46}$ est inversible dans l'anneau $\mathbb{Z}/503\mathbb{Z}$ car $\dots \text{[b]} \dots$ et son inverse est $\dots \text{[c]} \dots$

3. Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) . Soit (D) la droite d'équation $x - y + 1 = 0$. t la translation de vecteur $\vec{v}(2; -2)$. Alors la composée de t par la symétrie orthogonale d'axe (D) est une $\dots \text{[d]} \dots$ d'élément(s) caractéristique(s) $\dots \text{[e]} \dots$

3. θ désigne un nombre réel. La forme trigonométrique du nombre complexe $z = -3(i \cos(\theta) - \sin(\theta))$ est $\dots \text{[f]} \dots$

4. L'ensemble S des valeurs d'entier n pour lesquelles la fraction $\frac{3n+2}{n+1}$ est entière est $S = \dots \text{[g]} \dots$

5. Un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6 est truqué de telle manière que la probabilité d'obtenir chaque face est proportionnelle à ce numéro. Soit p_k la probabilité d'apparition du numéro k . Alors $p_k = \dots \text{[h]} \dots$

EXERCICE III (06,00 points)

PARTIE A (2,5points)

[Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Soit $f: [0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

1. Montrer que f réalise une bijection de $[0; +\infty[$ sur un intervalle J à préciser. (0,5pt)

2. On désigne par g , la bijection réciproque de f . On admet que $g(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$, $\forall x \geq 1$

Soit h la fonction $x \mapsto g\left(\frac{2-x}{2+x}\right)$.

3.1. Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition D_h de h . (1pt)

3.2. Montrer que la dérivée $h'(x) = \frac{-\sqrt{2}}{(x+2)\sqrt{-x}}$. (0,5pt)

3.2. Dresser son tableau de variation. (0,5pt)

PARTIE B (1,25points)

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $I_n = \int_0^1 \left[\frac{(1-x)^n}{1+x} \right] dx$

1. Montrer que pour tout $n \geq 1, I_n$ existe puis donner son sens de variations. (0,5pt)
2. Démontrer que $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \geq 1$. Déduisez-en la limite de (I_n) . (0,75pt)

PARTIE C (2,25points)

L'objectif de cet exercice est de démontrer que pour tout entier naturel n , la partie entière $E[(1 + \sqrt{3})^{2n+1}]$ du nombre $[(1 + \sqrt{3})^{2n+1}]$ est un entier pair.

1. Soient a et b deux nombres réels.

Démontrer que pour tout entier naturel $n, (a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$:

c'est la formule binôme de Newton. (0,5pt)


2. On pose : $X_n = (1 + \sqrt{3})^{2n+1} + (1 - \sqrt{3})^{2n+1}$; $Y_n = (1 + \sqrt{3})^{2n+1} - (1 - \sqrt{3})^{2n+1}$.

2.1. Montrer que X_n est un entier pair. (0,5pt)

2.2. Montrer que pour tout entier naturel $n : -1 < (1 - \sqrt{3})^{2n+1} < 0$. (0,5pt)

2.3. En utilisant le résultat de la question 2.1., démontrer que : $X_n = E[(1 + \sqrt{3})^{2n+1}]$ puis conclure. (0,75pt)

**Ce qui importe c'est l'effort
Bon courage !!!**

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME – TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 – 2026		
	DEVOIR SURVEILLÉ DU SECOND SEMESTRE		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : TA₄	DUREE :2H	COEF :2

EXERCICE I (08,00 points)

Kodjo vient d'obtenir son BAC et souhaite poursuivre ses études à l'Université de Lomé. Pour cela, il cherche à louer une chambre dans le quartier Agbalépédogan pour une durée de 36 mois. Plusieurs agences immobilières proposent des loyers qui évoluent au cours du temps. L'une d'elles affirme que l'évolution du loyer mensuel dépend du nombre de mois écoulés depuis le début du contrat et peut être modélisée par une fonction. On note x le nombre de mois écoulés depuis la signature du contrat ($1 \leq x \leq 36$) et $L(x)$ le montant du loyer mensuel (en F CFA). L'agence propose le modèle suivant : $L(x) = 20000 + 1500\ln(x)$. Par ailleurs, Kodjo s'est renseigné sur le nombre de meilleurs étudiants qui trouvent un emploi juste après la soutenance de la licence chaque année. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :



Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
Rang de l'année x	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'étudiants qui trouvent un emploi y	5	5	7	8	6	8	9	9

Kodjo souhaite : estimer l'évolution du loyer pendant ses études, et vérifier s'il pourrait trouver un emploi après la licence en 2028.

Réponds aux préoccupations de Kodjo en répondant aux consignes suivantes.

Consigne1 : On suppose qu'un ajustement linéaire est possible. Déterminer l'équation de la droite de Mayer permettant d'estimer le nombre y d'étudiants qui trouvent un emploi après la soutenance de la licence en fonction du rang x de l'année, puis utiliser cette droite pour vérifier si Kodjo pourrait trouver un emploi en **2028** s'il soutient sa licence cette année-là et s'il parvient à se classer **parmi les dix premiers étudiants de sa promotion.**

Consigne 2 : Déterminer l'ensemble de définition de L , étudier son sens de variation, puis calculer le loyer au **1er**, **12^e** et **36^e** mois et interpréter les résultats dans le contexte de l'évolution du loyer.

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne1	1,75pts	1,25pts	1pt	0,75pt
Consigne2	1,25pts	1pt	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I : Compléter sans recopier sans recopier les phrases. (2pts)

1. En dénombrement le cardinal d'un ensemble fini E est ... (a) ... d'éléments de cet ensemble. La solution de l'équation $x \in \mathbb{R}, \ln(x - 3) = 0$ est ... (b) ...

2. La fonction $\ln(-x)$ est définie pour tout x appartenant à l'intervalle(c)

3. Si $f(x) = x \ln(x)$ alors $f'(x) = \dots$ (d)...

4. Dans le cas d'une série statistique à deux variables $(X; Y)$, le point moyen G a pour coordonnées ... (e) ...

Partie II : Choisir la bonne réponse pour chacune des affirmations suivantes : (2,5pts)

1. L'inéquation $x \in \mathbb{R} : \ln(2+x) + \ln(x+4) < \ln(x+8)$ admet pour ensemble de solutions :

a. $] -2 ; 0[$ b. $] -5 ; -2[\cup] -2 ; 0[$ c. $] -2 ; +\infty[$

2. Une solution de l'équation : $x \in \mathbb{R} (\ln x)^2 - 3 \ln x + 2 = 0$ est

a. 1 b. e^2 c. 2 d. e^3

3. Un club d'élèves est composé de 15 élèves dont 6 filles. On veut constituer un comité de trois nombres. La probabilité de l'évènement : « le comité comporte exactement deux filles » est :

a. $\frac{27}{91}$ b. $\frac{6}{15}$ c. $\frac{9}{15}$ d. $\frac{97}{101}$

4. La dérivée de la fonction f définie sur $] -2 ; +\infty [$ par $f(x) = \ln(4x+8)$ est :

a. $f'(x) = \frac{4}{\ln(4x+4)}$ b. $f'(x) = \frac{4}{4x+8}$ c. $f'(x) = \frac{-4}{4x+8}$ d. Aucune bonne réponse

5. La limite de la fonction $x \ln(x)$ quand x tend vers $+\infty$ est :

a. 0 b. 1 c. -1 d. $+\infty$

Partie III : Répondre par vrai si l'affirmation est vraie et par faux lorsqu'elle est fautive (1,25pt)

1. L'ensemble de définition de la fonction $h(x) = \ln(-x+2)$ est : $D_h =] -\infty ; 2[$. (1,25pt)

2. L'équation $\ln(2x-1) = \ln(2-x^2)$ a pour ensemble solution $S = \{1; 2\}$. (0,25pt)

3. La somme des probabilités d'un évènement et de son évènement contraire est égale à 0. (0,25pt)

4. La dérivée de la fonction $f(x) = \ln\left|\frac{x}{x-2}\right|$ est $f'(x) = \frac{1}{x}$. (0,25pt)

5. La fonction $f: x \mapsto \ln(x)$ est **croissante** sur $]0, +\infty[$. (0,25pt)

EXERCICE III (06,00 points)

Une urne contient 5 boules blanches, 3 boules noires et 2 boules rouges indiscernable au toucher.

1^{ère} épreuve : on tire simultanément 3 boules de l'urne

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : « Obtenir un tirage unicolore » ;

B : « Obtenir exactement deux boules blanches » ;

C : « Ne pas obtenir de boule noire »

2^{ème} épreuve : on tire successivement, sans remise, 3 boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

D : « Obtenir exactement deux boules noires »

E : « Obtenir au plus une boule rouge ».

F : « Obtenir une boule blanche, une boule noire et une boule rouge »

Bon courage !!!



EXERCICE I (08,00 points)

Dans un quartier de Lomé, une association de jeunes souhaite aménager un espace artistique et éducatif dans un parc public afin d'offrir aux habitants un lieu de détente, de rencontre et d'apprentissage. Pour embellir cet espace et le rendre attrayant même en soirée, les responsables du projet décident de réaliser au sol une fresque lumineuse visible la nuit. Un artiste propose de tracer sur le sol une courbe décorative modélisée par une fonction polynôme.



Les responsables souhaitent installer des lumières aux points les plus remarquables de la courbe, notamment aux endroits où la courbe atteint localement un sommet ou un creux, afin de mieux faire ressortir la forme du motif. La hauteur y d'un point du motif en fonction de sa position x est donnée par la fonction : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ où x et y sont exprimés en mètres. Pour rendre la fresque plus esthétique et mieux répartie dans l'espace, un second artiste propose d'utiliser une transformation du plan pour reproduire ce motif dans une autre position, tout en conservant sa forme et ses dimensions. On applique successivement : une rotation R_1 de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$, puis une rotation R_2 de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. On note $g = R_2 \circ R_1$ la transformation composée.

Les responsables du projet souhaitent vérifier si cette démarche permet d'obtenir une fresque à la fois belle, équilibrée et exploitable lors d'activités pédagogiques avec les élèves.

Consigne1 : Préciser les emplacements où devront être installées les lumières pour mettre en valeur les points remarquables de la fresque.

Consigne2 : Montrer que la transformation g est une isométrie du plan, puis préciser sa nature ainsi que son centre et son expression analytique. Expliquer ensuite comment cette transformation permet de reproduire le motif de la courbe sans le déformer, afin d'obtenir une fresque géométrique harmonieuse.

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne1	1,75pt	1,25pt	1pt	0,75pt
Consigne2	1,25pt	1pt	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I : Compléter sans recopier sans recopier les phrases

- Une homothétie de rapport -1 est une ... **a** ... (0,25pt)
- Soit f une fonction dérivable en un point x_0 . Si $f'(x_0) = 0$, alors la tangente au point d'abscisse x_0 a une direction ... **b** ... (0,25pt)
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x} = \dots$ **c** ... (0,25pt)
- L'ensemble solution dans \mathbb{R} de l'équation $4\cos^2(2x) = 1$ est $S = \dots$ **d** ... (0,5pt)
- Soient $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ et $g(x) = \sqrt{x-2}$. L'ensemble de définition de la composée de f par g notée $D_{g \circ f}$ est $D_{g \circ f} = \dots$ **e** ... (0,5pt)

Partie II : Choisir la bonne réponse pour chacune des affirmations suivantes :

- Pour $\cos x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ avec $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$, on a : $\sin x =$

a $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **b** $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **c** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ **d** aucune réponse juste. (0,5pt)
- L'homothétie de centre $A(1; 2)$ et de rapport $k = -2$ a pour expression analytique :

a $\begin{cases} x' = -2x + 1 \\ y' = -2y + 2 \end{cases}$; **b** $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y + 6 \end{cases}$; **c** $\begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = 2y - 2 \end{cases}$; **d** $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = 2y + 2 \end{cases}$. (0,5pt)

3. La dérivée de la fonction $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ est :

a $\frac{(2x)(x+1)+(x^2-1)}{(x+1)^2}$; b 1; c $\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}$; d $\frac{x^2-2x+1}{(x+1)^2}$. (0,5pt)

4. Soient (D) et (D') deux axes parallèles et $I \in (D)$, $J \in (D')$ tels que $(IJ) \perp (D)$. Alors la composée $S_{(D')} \circ S_{(D)}$ est la translation de vecteur :

a $2\vec{IJ}$; b \vec{IJ} ; c \vec{JI} ; d $2\vec{JI}$. (0,5pt)

5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+8}{x+2}$ est égale à : a 4; b 0; c 12; d aucune réponse. (0,5pt)

6. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Soit R la rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$.

Alors l'expression analytique R est:

a $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = -\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \end{cases}$; b $\begin{cases} x' = \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \end{cases}$; c $\begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \end{cases}$; d $\begin{cases} x' = x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x + y \end{cases}$. (0,5pt)

Partie III : Répondre par vrai si l'affirmation est vraie et par faux lorsqu'elle est fautive(1,25pt)

1. Soit $A(x) = \frac{2\sin 4x}{2\cos^2 x - 1}$ avec $x \in \mathbb{R}$, D son ensemble de définition. Pour tout $x \in D$, on a : $A(x) = 4\sin 2x$

2. La réciproque d'une homothétie de rapport k est une homothétie de rapport $\frac{1}{k}$.

3. Une fonction continue en un point peut ne pas être dérivable en ce point.

4. Toute homothétie est une similitude.

5. Une rotation de centre Ω et d'angle de mesure $-\theta$ a pour l'expression analytique : $\begin{cases} x' = x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' = x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases}$

EXERCICE III (06,00 points)

1. On considère la fonction $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

1.1. Déterminer les valeurs de a et b pour que f soit continue en $x = 1$. (0,5pt)

1.2. Déterminer les valeurs de a et b pour que f soit dérivable en $x = 1$. (0,5pt)

1.3. On suppose que $a = -1$ et $b = -1$.

Que peut-on dire de la courbe de f au point d'abscisse 1. (0,75pt)

2. Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la transformation du plan f qui, à chaque point $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$,

associe son image $M' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ telle que $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y + 6 \end{cases}$.

2.1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f . (0,75pt)

2.2. Déterminer l'image par f du cercle de centre $A(2; 2)$ et de rayon 5 (0,5pt)

2.3. Déterminer l'expression analytique de la transformation réciproque f^{-1} de f et la caractériser. (0,5pt)

3. On considère la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x^2-4x+2}{x-2}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.


3.1. Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition D_f de f . (1pt)

3.2. Montrer que f peut se mettre sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} \forall x \neq 2$ où a, b et c sont des réels à préciser. (0,75pt)

3.3. Montrer que la droite d'équation $(D): y = 2x$ est une asymptote oblique à (C_f) . Donner l'équation de l'autre asymptote. (0,5pt)

3.4. Etudier la position relative de (C_f) et (D) . (0,5pt)

Bon courage !

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 – 2026		
	DEVOIR SURVEILLÉ DU SECOND SEMESTRE		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : 1C₄	DUREE :4H	COEF :5

EXERCICE I (08,00 points)

Une entreprise d'ingénierie conçoit un viaduc intelligent reliant deux villes situées de part et d'autre d'un océan dont la courbe peut être ajustée en modifiant l'angle α des câbles porteurs. Dans un repère orthonormé (O, I, J) , le profil vertical du tablier est modélisé par : $f_\alpha(x) = \frac{-x^3+x^2-4}{x^2-4\cos\alpha}$

- x représente la distance horizontale au Centre du Viaduc (en dizaines de mètres).
- $f_\alpha(x)$ représente la hauteur du viaduc.
- $\alpha \in [0, 2\pi]$ est l'angle (en radians) formé par les câbles.

Au premier abord, Les ingénieurs souhaitent connaître le domaine sur lequel s'effectuera la construction en tenant compte de l'angle α . Ensuite, ils désirent supprimer les câbles pour avoir le support de base de la courbe du viaduc qui leur servira de référence dans la conception. Enfin, de garantir à la fois la stabilité de l'ouvrage et une hauteur suffisante au Centre du Viaduc pour permettre le passage des bateaux, les ingénieurs décident d'adopter un angle d'inclinaison des Câbles tel que $(\tan\alpha - \sqrt{3})\sqrt{2\cos\alpha - 1} = 0$ et $\sin\alpha > 0$.

CONSIGNE 1 : Aider les ingénieurs à déterminer le domaine en question en fonction de α et à construire le support de base de la courbe du viaduc.

CONSIGNE 2 : Après avoir montré que l'angle choisi par les ingénieurs vaut $\alpha = \frac{\pi}{3}$, construire le support de la courbe du viaduc intelligent.

CONSIGNES	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5pts	1,25pts	1pt	0,5pt
Consigne 2	1,5pts	1,25pts	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I : Sans recopier tout le texte, choisissez la bonne réponse en écrivant la lettre et la proposition correspondantes. (04,00points)

1. Soit donné une série statistique double à deux variables x et y :

x_i	8	9	11	13	14	17
y_i	5	6	8	10	12	15

Les variables x et y sont fortement corrélées, et on a le coefficient de corrélation $r = \dots$

Dans ce cas toutes les droites d'ajustement linéaire passent par le point moyen $G(\dots$ $\dots ; \dots$ $\dots)$.

L'équation de la droite de régression de x en y par la méthode des moindres carrées est $(D) : \dots$ \dots

Lorsque x deviendra 19, y sera \dots \dots

2. La valeur exacte de $A = \cos 10^\circ + \cos 50^\circ + \cos 70^\circ + \sin 10^\circ + \sin 50^\circ + \sin 70^\circ$ est \dots \dots

Partie II : Choisir la bonne réponse. (1pt)

On considère m un nombre réel et n un entier naturel. On considère les fonctions f_m et g_n de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies, pour tout réel x , par :

$$f_m(x) = (x + 1 + m)^2(x + 1 - 2m) \quad \text{et} \quad g_n(x) = x^n(x - 2)^2.$$

1. Le point $\Omega(-1; -16)$ est centre de symétrie de la courbe (C_m) de f_m si :

a) $m = 0$; b) $m = 2$; c) $m = -2$; d) aucune bonne réponse.

2. Quel que soit l'entier naturel n , la droite d'équation $x - a = 0$ est un axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction g_n si : $\boxed{a} a = 0$; $\boxed{b} a = 1$; $\boxed{c} a = -1$; \boxed{d} aucune bonne réponse.

Partie III : Répondre par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si elle est fautive. (1pts)

1. La composition de deux homothéties de centres distincts est généralement commutative.
2. Soit h et h' deux homothéties de centre O et de rapports respectifs k et k' . $h' \circ h$ est l'homothétie de centre O et de rapport $k'k$.
3. Soit h une homothétie de rapport k et t une translation. $h \circ t$ et $t \circ h$ sont des homothéties de rapport k .
4. Pour $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$), $\tan 3x = \tan x \frac{3 - \tan^2 x}{1 - 3 \tan^2 x}$.

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I : M, N, P sont trois points appartenant respectivement aux côtés (AB), (BC), (AC) d'un triangle ABC, distincts des points A, B, C.

Soit h l'homothétie de centre M et de rapport k tel que : $k = \frac{MB}{MA}$

Soit h' l'homothétie de centre N et de rapport k' tel que : $k' = \frac{NC}{NB}$

1. Déterminer l'image de A par la transformation $h' \circ h$. (0,5pt)
2. On suppose que les points M, N et P sont alignés.
 - 2.1. Démontrer que $h' \circ h$ est une homothétie et calculer son rapport. (1pt)
 - 2.2. Démontrer que P est le centre de l'homothétie $h' \circ h$ et en déduire que : $\frac{MB}{MA} \times \frac{NC}{NB} \times \frac{PA}{PC} = 1$ (1pt)
3. Réciproquement, on suppose que : $\frac{MB}{MA} \times \frac{NC}{NB} \times \frac{PA}{PC} = 1$; Démontrer que les points M, N et P sont alignés. (0,5pt)

Partie II : On donne la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos 2x - 2\cos x$ et on note (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1.a. Montrer que g est 2π -périodique. (0,5pt)
- b. Montrer que g est paire. (0,5pt)
- 2.a. Montrer que la fonction dérivée de g s'écrit : $g'(x) = 2\sin x(1 - 2\cos x)$. (0,5pt)
- b. Étudier le signe de g' sur $[0 ; \pi]$. (0,5pt)
3. Dresser le tableau de variations de g sur $[0 ; \pi]$. (0,5pt)
4. Tracer (C_g) sur un intervalle de longueur 4π . (0,5pt)


Bonus:

En géométrie, le **cercle exinscrit** à un triangle est un cercle qui est tangent à l'un des côtés du triangle et aux prolongements des deux autres côtés.

Chaque triangle possède exactement **trois cercles exinscrits**, un pour chaque côté.

Soit ABC un triangle. r_a, r_b et r_c les rayons des cercles ex-inscrits du triangle ABC et r le rayon de son cercle inscrit. Démontrer que $\frac{1}{r} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c}$.

Bon courage!!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME – TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 – 2026		
	DEVOIR SURVEILLÉ DU SECOND SEMESTRE		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : 1A	DUREE :2H	COEF :2

EXERCICE I (08,00 points)

Pour célébrer la fin de l'année scolaire, le Maire de votre ville décide d'offrir deux lampadaires à chaque école. Il sollicite un électricien afin d'indiquer les positions des lampadaires sur les lignes électriques existantes.

L'électricien précise que, dans un repère orthonormé, les lignes électriques qui traversent l'école de KODJO, premier à l'examen de CEPD, ont l'allure de la courbe représentative de la fonction f définie par : $f(x) = 3 + \frac{5}{x-2}$. Il poursuit ses propos en disant que les deux lampadaires de cette école seront installés à des points dont les abscisses sont les solutions de l'équation (E) : $x^2 - 8x + 7 = 0$.

Consigne 1 : Représente les lignes électriques qui traversent l'école de KODJO

Consigne 2 : Précise la position des lampadaires de cette école sur les lignes électriques.

CRITERES	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5pts	1pt	1pt	1pt
Consigne 2	1,5pts	1pt	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

I. Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ?

- L'ensemble de définition de la fonction f de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définie par $f(x) = \frac{x}{1-x}$ est $\mathbb{R}^* - \{1\}$.
- La représentation graphique de la fonction h définie par $h(x) = x^2 - 4x + 8$ admet un axe de symétrie.

II. Choisi la bonne réponse :

- Le polynôme $2x^2 - 3x$ admet :
a. un zéro double ; b. deux zéros ; c. aucun zéro ; d. un seul zéro
- Si u_n est une suite arithmétique de raison r telle que :
 $u_2 = 1$ et $u_0 = -1$ alors :
a. $r = -1$ b. $r = 1$ c. $r = \frac{-1}{2}$ d. $r = \frac{1}{2}$
- Dans une classe de 20 élèves dont 12 filles, le nombre de façons possible de former un comité de classe composé de trois filles pour représenter la classe est :
a. 220 b. 1320 c. 1140 d. aucune bonne réponse.
- L'ensemble solution de l'inéquation (1): $x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 2 < 0$ est: a. $\{ \}$;
b. $\{-1 ; 2\}$; c. $] - 1 ; 2[$.
- La fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 - x$ est:
a. paire, b. impaire, c. ni paire ni impaire, d. aucune bonne réponse

III. Remplace les lettres au niveau des pointillés par les expressions convenables :

- On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = \frac{2x+1}{x}$
a. L'ensemble de définition de h est $D_h = \dots a \dots$

- b. Pour tout réel x élément de D_h , $h(-x) + h(x) = \dots b \dots$
 c. Pour tout réel x élément de D_h , $h'(x) = \dots c \dots$
 2. Dans \mathbb{R} , l'équation $2x^2 - 5x - 3 = 0$ a pour ensemble solution $\dots d \dots$
 3. Le nombre de nombres de 4 chiffres distincts qu'on peut écrire avec les chiffres 0; 1; 2 et 3 est égal à $\dots e \dots$

EXERCICE III (08,00 points)

Les parties I et II sont indépendantes

I. On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n + 3$ pour tout entier naturel n .


1. Calcule les trois premiers termes de la suite (u_n) .
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
- 3.a. Exprime u_n en fonction de n .
- b. Calcule u_{10} .
4. On pose $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n+1}$. Exprime S_n en fonction n .

II. On considère ci-dessous la série statistique à modalités regroupées en classes :

Classe	[4 ; 6[[6 ; 8[[10 ; 12[[12 ; 14[[14 ; 16[[16 ; 18]
Effectif	12	8	13	8	6	3

1. Quelle est la classe modale de cette série ?
2. Calcule la moyenne de cette série
3. Détermine la fréquence de la classe [12 ; 14[.
4. Quel est l'effectif cumulé croissant de la classe [10 ; 12[?

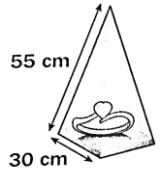
Bon courage !!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 – 2026		
	DEVOIR SURVEILLÉ DU SECOND SEMESTRE		
	ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES		
	CLASSE : 2^{NDE} S	DUREE :3H	COEF :4

EXERCICE I (08,00 points)

SITUATION 1: (04,00points)

Pour présenter ses bijoux une boutique souhaite utiliser des présentoirs dont la forme est une pyramide régulière a base carrée de coté 30 cm et dont les arêtes latérales mesure 55 cm.

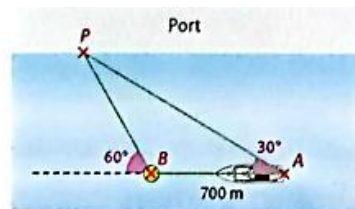


Consigne : Peut-on placer ce présentoir dans une vitrine parallélépipédique sécurisé dont la hauteur est 50 cm ?

SITUATION 2: (04,00points)

Arrivée au point A, le cargo, pour rentrer au port, doit passer par la balise B car la profondeur d'eau entre A et P est insuffisant.

Sur le trajet, le capitaine a effectué les relevés de longueur et de mesures d'angles indiqués sur la figure.



Il décide alors d'évaluer la distance AP.

Consigne : À partir de tes connaissances en mathématiques, aide le capitaine à calculer la longueur AP.

SITUATIONS	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Situation 1	1,5pts	125pts	1pt	0,5pt
Situation 2	1,5pts	1,25pts	1pt	

EXERCICE II (06,00 points)

Partie I : Réponds par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si elle est fausse. (10x0,25pt)

- Pour tout nombre réel x ; $(-\cos x - \sin x)^2 = 1 + 2\sin x \cos x$.
- Le cosinus d'un angle appartenant à l'intervalle $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ est toujours négatif ou nul.
- La fonction $f(x) = \min(x + 3; -1)$, est affine par intervalles et est strictement croissante sur l'intervalle $] -\infty; -4]$.
- f désigne la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x - 2)^2 + 1$. (C) est sa courbe représentative dans un repère.
 - 4.1. le point $A(-1; 1)$ appartient à (C) .
 - 4.2. f est croissante sur $[2; +\infty[$.
 - 4.3. f est positive sur \mathbb{R}
 - 4.4. f admet pour minimum 2.
 - 4.5. 3 a deux antécédents par f .
 - 4.6. L'image par f de $[0; 3]$ est $[0; 5]$.
- Soit un triangle ABC , on a : $\frac{\sin \hat{A}}{BC} = \frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}}{AB + BC + AC} = \frac{1}{2R}$ ou R est le rayon du cercle circonscrit à ABC .

Partie II : Choisis la bonne réponse. (4x0,5pt)

1. Soient A, B, C, K et L cinq points distincts du plan tels que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, alors on a :

(a) $(KL) // (BC)$ (b) $(KL) \perp (BC)$ (c) (KL) et (BC) sont ni parallèles, ni perpendiculaires.

2. Soient \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} deux vecteurs non nuls du plan et k un nombre réel tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$. On a alors :

(a) \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires (b) \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux (c) $(AB) // (AC)$ (d) Les points A, B et C sont non alignés.

3. $a \in [0; \pi]$, si $\cos a = -\frac{1}{3}$, alors : (a) $\tan a = \frac{\sqrt{2}}{2}$; (b) $\tan a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; (c) $\tan a = -\frac{\sqrt{2}}{4}$;

(d) $\tan a = -2\sqrt{2}$.

4. Les vecteurs $\vec{b}(-1; 2)$ et $\vec{c}(-0,5; 1)$ sont :

(a) colinéaires; (b) non colinéaires; (c) orthogonaux; (d) aucune réponse juste.

Partie III. Dans le plan orienté, on considère un hexagone régulier directe ABCDEF de centre O. compléter le tableau suivant. **(6x0,25pt)**

Angles orientés	$Mes(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BC})$	$Mes(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$	$Mes(\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{OF})$	$Mes(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{EF})$	$Mes(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{CD})$	$Mes(\overrightarrow{OE}; \overrightarrow{BA})$
Mesure en radian						

EXERCICE III (06,00 points)

Partie I : On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = |2x + 1| - |x + 2|$.

1. Montrer que f est une fonction affine par intervalles. (0,75pt)
2. Dresser le tableau de variation de f dans l'intervalle $[-4; 4]$. (0,5pt)
3. Représenter graphiquement f sur $[-4; 4]$ dans un repère orthonormé. (0,5pt)

Partie II :

Soit A et B deux points fixe du plan tel que AB. Construire l'ensemble des points M du plan tels que $mes\widehat{AMB} = 60^\circ$. (1pt)

Partie III :

1.a. Trouver la mesure principale des angles $-\frac{4\pi}{3}$ et -2026π . (0,5pt)

b. Placer sur le cercle trigonométrique les points $M(-\frac{40\pi}{3})$ et $N(2026\pi)$. (0,5pt)

2. Démontrer que : $\cos\frac{4\pi}{5} + \sin\frac{4\pi}{5} + \sin\frac{7\pi}{10} + \cos\frac{3\pi}{10} = 0$. (0,5pt)

3. α étant la mesure principale d'un angle orienté non droit, démontrer que : $\tan^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2(x)}$. (0,5pt)


4. Soit $x \in \mathbb{R}$. Simplifier $A = \cos(x + \frac{3\pi}{2}) + \sin(-x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \sin(x + \pi)$. (0,5pt)

5. Soient a, b, c trois réels.

5.1. Démontrer que $bc + ca - ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. (0,5pt)

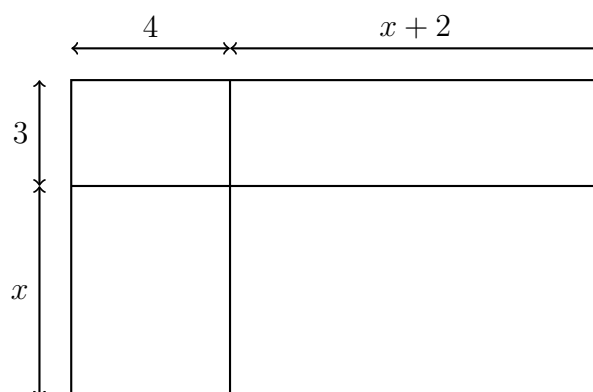
5.2. En déduire alors que $2(ab + bc + ca) \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$. (0,25pt)

Bon courage!!!

LYCEE DE TOKOIN 1 BP. 320 - Tél : 22-21-21-34 LOME - TOGO  Savoir pour mieux servir	Année scolaire : 2025 - 2026		
	DEVOIR SURVEILLE DU DEUXIEME SEMESTRE		
	EPREUVE : MATHEMATIQUES		
	CLASSE : 2A	DUREE : 2H00min	COEF : 2

Exercice 1 (8 points)

Lors de la journée sportive organisée dans un lycée, les élèves ont joué un match amical de football contre leurs professeurs. Le match s'est terminé par une victoire des professeurs sur le score de 4 buts à 3. La rencontre s'est déroulée sur un terrain dont la représentation est la suivante où x est en décimètre.



Avant le début du match, l'arbitre appelle les capitaines des deux équipes et leur annonce la règle suivante : il va lancer successivement trois fois une pièce de monnaie ayant deux côtés : "pile" et "face". Si le nombre de possibilités d'obtenir au moins deux fois "pile" lors des trois lancers est strictement supérieur à 3, alors le coup d'envoi sera donné par l'équipe des élèves. Dans le cas contraire, il sera donné par l'équipe des professeurs.

De retour en classe, votre professeur de mathématiques vous demande d'étudier cette situation afin de déterminer l'aire du terrain de jeu ainsi que l'équipe qui a finalement donné le coup d'envoi.

Consigne 1 : Montrer que l'aire du terrain sur lequel s'est déroulé le match est donnée par $A = x^2 + 9x + 18$ puis trouver la longueur de x pour laquelle cette aire vaut 238 dam^2 .

Consigne 2 : À partir d'un arbre de choix, déterminer l'équipe qui a donné le coup d'envoi du match.

Criteres	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5 pts	1 pt	1 pt	0,5 pt
Consigne 2	1,5 pts	1 pt	1 pt	0,5 pt

Exercice 2 (6 points)

A/ Choisir pour chacune des questions suivantes la bonne réponse

N°	Affirmation	a	b	c
1	$(x+2)(x-2)$	x^2+4	x^2-4	x^2+4x-4
2	$(x+3)^2$	x^2+6x+9	x^2-6x+9	x^2+6x-9
3	$(2x-1)^2$	$4x^2+4x+1$	$4x^2+4x-1$	$4x^2-4x+1$

B/ Pour chaune des phrases suivantes, écris le numero de la question, puis complète :

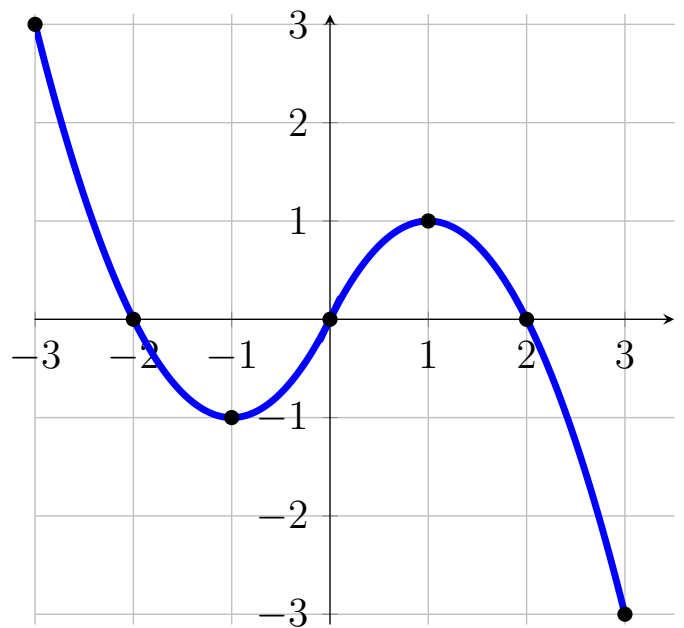
1. Le polynôme P defini par $P(x) = 3x^2 + 3x - 1$ a pour degré ... \boxed{a} ...
2. Le polynôme Q defini par $Q(x) = 2025$ a pour degré ... \boxed{b} ...
3. On donne les ensembles : $A = \{2; x; 4; 1; y\}$ et $B = \{4; 3; y\}$.
 - (a) L'ensemble $A \cap B = \dots \boxed{c} \dots$
 - (b) L'ensemble $A \cup B = \dots \boxed{d} \dots$
4. L'inégalité $x \geq 1$ s'écrit sous forme d'intervalle par ... \boxed{e} ...
5. L'inegalité $x < 2$ s'écrit sous forme d'intervalle par ... \boxed{f} ...
6. L'encadrement $-3 < x \leq 5$ s'écrit sous forme d'intervalle par ... \boxed{g} ...

Exercice 3 (6 points)

A/ Lecture graphique

On considere la fonction f dont la représentation graphique (C_f) est donnee ci-contre.

1. Détermine graphiquement :
 - (a) L'ensemble de définition de f ,
 - (b) Le ou les antecedents de 3; de 0.
 - (c) L'image de : -3; -2; -1; 0; 1; 2; et 3.
 - (d) Le maximun et le minimum de f sur $[-2; 2]$
2. Dresser le tableau de variation de f



B/ Forme canonique et zeros de polynomes

On considère le polynome $P(x) = x^2 + x - 6$.

1. Determine sa forme canonique.
2. Factorise $P(x)$
3. Determine les zeros (racines) de $P(x)$

C/ Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = x^2 - x + 9$

2) $g(x) = \frac{1}{x-3}$

3) $h(x) = \frac{3x-4}{2x-1}$