

DRE-MARITIME	COMPOSITION REGIONALE DU DEUXIME SEMESTRE	AN-SCO : 2024-2025
IESG : AN/TS/VO	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES / CLASSE : T ^{le} D	DUREE : 4H/COEF : 3

EXERCICE 1 : (8pts)

M. Akapko possède deux terrains non encore exploités qu'il voudrait absolument sécuriser à cause des personnes mal intentionnées qui utilisent ces espaces à des mauvaises fins. Il décide donc d'acheter du fil barbelé pour clôturer entièrement chacun de ces deux terrains. Le rouleau de cinq mètres de ce fil lui est vendu à 4500 F CFA. Il devra en plus remettre 5000F CFA pour les piquets et la main d'œuvre pour chacun des terrains.

Le terrain 1 est de forme rectangulaire et ses dimensions sont la partie réelle et la partie imaginaire de la solution z de l'équation : $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = -20 - 40i$ où \bar{z} est le conjugué de z .

Le terrain 2 est formé de l'ensemble des points $M(z)$ du plan complexe tels que le nombre complexe $\frac{iz}{z+20i}$ soit réel.

La voie principale qui donne accès à ces deux terrains est assimilable à la courbe représentative de la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c + (x^2 + 2x) \ln x$ où la fonction $x \mapsto ax^2 + bx + c$ est une solution de l'équation différentielle $y'' - 3y' + 2y = 2x^2 - 4x - 1$.

M. Akakpo demande à son fils Mikplanou, ton camarade de classe, de lui représenter sur un papier la route indiquée.

Consigne 1 : Déterminer la dépense totale que M. Akapko va effectuer pour clôturer ses deux terrains. (prendre $\pi = 3,14$ et les dimensions de chaque terrain en mètre)

Consigne 2 : A partir de tes connaissances en mathématiques, aide Mikplanou à faire le travail que son père lui a demandé en considérant le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) où le point O désigne la maison de M. Akakpo.

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,25pts	1,25pts	1pt	0,5pt
Consigne 2	1,25pts	1,25pts	1pt	0,5pt

EXERCICE 2 : (6pts)

Partie A : Sans recopier l'énoncé, indique à chaque question la lettre correspondant à la bonne réponse. (6×0,5pt)

- Le calcul de $I = \int_1^2 \ln x \, dx$ donne :
a) $I = -\frac{1}{2}$; b) $I = 2 \ln 2 - 1$; c) $I = 2 \ln 2$; d) $I = 2 \ln 2 - 3$
- Soit l'équation différentielle (E) : $y'' + 4y = 3 \cos x$. Pour que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \alpha \cos x$ soit une solution de l'équation différentielle (E), il faut que :
a) $\alpha = 3$; b) $\alpha = -3$; c) $\alpha = 1$; d) $\alpha = 2$
- L'équation $3e^x - 7e^{-x} + 20 = 0$ a pour ensemble de solutions dans \mathbb{R} :
a) $S = \left\{-7; \frac{1}{3}\right\}$; b) $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$; c) $S = \{-\ln 3\}$; d) $S = \{\ln 3\}$
- Soit la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$. La dérivée f' de la fonction f est :
a) $f'(x) = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$; b) $f'(x) = \frac{2}{1-x^2}$; c) $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$; d) $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$
- Dans le plan complexe muni du repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points A, B et C d'affixes respectives $1 - i$; $-1 + i$ et i . L'écriture complexe de la similitude directe plane S qui transforme A en B et C en B est :

- a) $z' = (2 + 2i)z + 1 - i$; b) $z' = (2 + 2i)z + 1 + i$; c) $z' = (2 - 2i)z + 1 - i$;
 d) $z' = (2 - 2i)z + 1 + i$.
6. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3^x$. La dérivée f' de la fonction f est :
- a) $f'(x) = 3^x \ln 3$; b) $f'(x) = x(3^{x-1})$; c) $f'(x) = \frac{3}{x} e^{3 \ln x}$; d) $f'(x) = e^{x \ln 3}$

Partie B : Compléter les phrases suivantes en utilisant les numéros sans recopier toute la phrase. (6×0,5pt)

1. Dans un graphe, deux sommets reliés par une arête sont dits
2. Un graphe qui possède un cycle eulérien est appelé
3. Un graphe est lorsque, pour chaque paire de sommets, il existe au moins une chaîne reliant ces deux sommets.
4. Dans un graphe non orienté, est une suite d'arêtes mises bout à bout reliant deux sommets du graphe.
5. Soit f , l'application du plan dans lui-même d'expression analytique $\begin{cases} x' = x - y - 3 \\ y' = x + y + 1 \end{cases}$.
L'écriture complexe de f est
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \dots\dots\dots$

EXERCICE 3 : (6pts)

Les parties I et II sont indépendantes.

I. Pendant l'année scolaire, la cantine d'un lycée propose souvent du riz. (3pts)

Le premier jour de l'année, il y a 2 chances sur 5 qu'elle propose du riz.

Si elle en propose un jour, il y a une chance sur 3 qu'elle en propose le lendemain.

Si elle n'en propose pas un jour, il y a une chance sur 3 qu'elle n'en propose pas le lendemain.

On appelle J_n l'événement « la cantine propose du riz le $n^{\text{ième}}$ jour » et K_n l'événement « la cantine n'en propose pas le $n^{\text{ième}}$ jour ».

Soit p_n la probabilité de l'événement J_n .

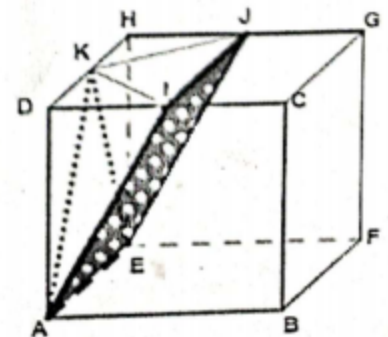
1. a) Déterminer $p_{(J_2/J_1)}$ et $p_{(J_2/K_1)}$. (0,75pt)
 b) En déduire p_2 . (0,5pt)
2. Montrer que $p_n = -\frac{1}{3}p_{n-1} + \frac{2}{3}$. (0,75pt)
3. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = p_n - \frac{1}{2}$.
 a) Montrer que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison. (0,5pt)
 b) Calculer u_n puis p_n en fonction de n . (0,5pt)

II. Soit ABCDEFGH un cube comme représenté ci-contre.

Les points I, J et K sont les milieux respectifs de [CD] ; [GH] et [DH].

On fixe le repère $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$. (3pts)

1. Montrer que le vecteur $\vec{u}(1; -\frac{1}{2}; 0)$ est un vecteur normal au plan (AEI). (1pt)
2. En déduire une équation cartésienne du plan (AEI). (0,5pt)
3. Calculer la distance du point K au plan (AEI). (0,5pt)
4. a) Donner une équation paramétrique de la droite (Δ) , perpendiculaire au plan (AEI) et passant par K. (0,5pt)
 b) En déduire les coordonnées du point d'intersection N de (Δ) avec le plan (AEI). (0,5pt)



EXERCICE 1 : SITUATION PROBLÈME (08 pts)

Lors d'une soirée, une chaîne de télévision a transmis un match de football de la League des Champions. Juste après le match, la chaîne a proposé une émission d'analyse de ce match. Les informations suivantes ont été relevées :

- 56% des téléspectateurs ont regardé le match
- Un quart des téléspectateurs ayant regardé le match ont aussi regardé l'émission
- 16,2% des téléspectateurs ont regardé l'émission.

Par ailleurs, une étude montre que une solution f de l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = 4e^x$ permet de déterminer le chiffre d'affaire mensuel de la chaîne de télévision en francs CFA en fonction du nombre x de mégawatts consommé par les différents appareils. Cette étude montre que pour tout réel α , la fonction g définie par $g(x) = \alpha x^2 e^x$ vérifie l'équation (E) et la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -3x$.

Ton père voulant aussi se lancer dans la télécommunication te demande de lui répondre aux consignes suivantes :

Consigne 1 : Déterminer la probabilité qu'un téléspectateur ait regardé le match sachant qu'il n'a pas suivi l'émission .

Consigne 2 : Déterminer le chiffre d'affaire de la chaîne de télévision pour une consommation de 10 mégawatts.

Grille de notation :

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5 pt	1 pt	1 pt	0,5 pt
Consigne 2	1,5 pt	1 pt	1 pt	0,5 pt

EXERCICE 2 (06 pts)

I- Répondre par vrai ou faux (Ne pas recopier la phrase).

0,25pt×2

1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs $\vec{u}(-1; 2; 3)$ et $\vec{v}(6; 0; 2)$ sont orthogonaux.
2. Une fonction f est dérivable en un point a si et seulement si f est dérivable à gauche en a et dérivable à droite en a .

II- Choisir la bonne réponse (On relèvera sur la copie juste le numéro et la lettre correspondante).

0,5pt×4

1. Le couple $(\alpha; \beta)$ de nombres réels pour lequel la fonction f définie par $f(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ est solution de l'équation différentielle (E) : $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$ est :
 a) $(\frac{1}{4}; \frac{1}{16})$ b) $(\frac{1}{16}; \frac{1}{4})$ c) $(\frac{1}{4}; \frac{5}{16})$ d) Aucune bonne réponse
2. $ABCD$ est un carré de sens direct. Le rapport et l'angle de la similitude directe de centre A qui transforme B en C sont respectivement :
 a) $k = \sqrt{3}$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$ b) $k = \sqrt{2}$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$ c) $k = \sqrt{2}$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$ d) Aucune bonne réponse
3. La valeur moyenne de la fonction f définie par $f(x) = x \ln^2 x$ sur l'intervalle $[1; e]$ est :
 a) $\mu = \frac{e-1}{4}$ b) $\mu = \frac{e^2-1}{4}$ c) $\mu = \frac{e+1}{4}$ d) Aucune bonne réponse
4. Dans l'espace, le point d'intersection du plan d'équation cartésienne $7x + y - 2z - 13 = 0$ et de la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} - t \\ y = \frac{1}{3} \\ z = t \end{cases}$ a pour coordonnées :
 a) $(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{15}{9})$ b) $(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{15}{9})$ c) $(\frac{4}{9}; \frac{1}{3}; \frac{15}{9})$ d) Aucune bonne réponse

III- Compléter les pointillés suivants sans recopier la phrase.

1pt×2

1. L'unique solution réelle de l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 - z^2 - (1+i)z - 2 + 2i = 0$ est $\dots a \dots$
2. Pour tous réels strictement positifs x, y et z , l'ensemble solution du système $(\Sigma) : \begin{cases} \ln(x^2 y^4 z) = 14 \\ \ln(x y z) = 12 \\ \ln(x^3 y z^2) = 14 \end{cases}$ est $\dots b \dots$

IV- Compléter le tableau suivant par une primitive correspondante à chacune des fonctions proposées sur l'intervalle I considéré :

0,5pt×3

Fonction	Primitive
$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{(x^2+2x+5)^4}}$ sur $I = \mathbb{R}$	$F(x) = \dots$
$g(x) = \sin^3 x \cos^4 x$ sur $I = \mathbb{R}$	$G(x) = \dots$
$h(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $I =]0; +\infty[$	$H(x) = \dots$

EXERCICE 3 (06 pts)

On considère un dé cubique non pipé ayant deux faces numérotées 2 et quatre faces numérotées 3, et un dé tétraédrique régulier ayant deux faces numérotées 2 et deux faces numérotées 4. On lance simultanément les deux dés, on désigne par a le numéro apparu sur la face supérieure du dé cubique et b celui sur la face cachée du dé tétraédrique. On considère l'équation différentielle $(E_1) : y'' + ay' + by = 0$ et on désigne par X la variable aléatoire prenant la valeur du discriminant $\Delta = a^2 - 4b$ de l'équation caractéristique de (E_1) . On dit que (E_1) admet une fonction sinusoïdale comme solution générale si $\Delta < 0$.

1. (a) Déterminer toutes les valeurs prises par X . **0,5pt**
 (b) Déterminer la loi de probabilité de X . **0,5pt**
 (c) Définir la fonction de répartition F de X . **0,5pt**
 (d) Représenter graphiquement F dans un repère orthogonal du plan. **0,75pt**
2. Déterminer la probabilité p pour que (E_1) admette pour solution générale, une fonction non sinusoïdale. **0,5pt**
3. On lance n fois de suite les deux dés. On désigne par Y le nombre de fois que l'équation (E_1) admet une fonction non sinusoïdale comme solution générale.
 Déterminer le plus petit entier naturel n pour que la probabilité $P(Y \geq 1)$ soit supérieure ou égale à 0,999. **0,5pt**
4. On pose $(a; b) = (3; 2)$ et on considère l'équation différentielle $(E_2) : y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{x^2}(x-1)e^{-x}$.
 (a) Vérifier que la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = e^{-x} \ln x$ est solution de (E_2) . **0,75pt**
 (b) Résoudre l'équation différentielle $(E_3) : y'' + 3y' + 2y = 0$. **0,5pt**
 (c) Soit g une fonction au moins deux fois dérivables sur \mathbb{R}_+^* , montrer que g est solution de (E_2) si et seulement si $g - f$ est solution de (E_3) . **0,75pt**
 (d) En déduire toutes les solutions de l'équation (E_2) . **0,75pt**

BONNE CHANCE !

DRE-S	COMPOSITION DU DEUXIEME SEMESTRE	DUREE : 4H
2024-2025	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	CLASSE : T^{le} D Coef:3

EXERCICE 1. (8 points)

Monsieur Kampi est promoteur d'une entreprise agricole dans le secteur Barkoissi. Il a acquis nouvellement un vaste terrain de surface plane traversée par deux routes perpendiculaires et une rivière. Sur ce terrain, il projette y produire de l'arachide, de la pastèque, ou du coton. Il soumet son projet à un conseil d'ingénieurs pour une étude de marché afin de lui présenter les atouts sur chacun de ces produits. Le conseil, à la fin de cette étude dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 1cm pour 100m, adresse ses solutions à Tapi, un élève compétent venant de l'école Technique BONITA HAUS en stage auprès du conseil, en ses termes :

■ Le bénéfice à réaliser en milliers de francs en fonction de la quantité t du coton en tonnes par an est donné par la fonction h telle que : $h''(t) - 3h'(t) + 2h(t) = 0$ et dont la courbe intégrale (C_h) passe par le point A $(0; 15000)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 10000.

■ La rivière suit la courbe de la fonction numérique g définie par : $g(x) = \ln(x + 1) - \frac{x}{x+1}$; les routes N°1 et N°2 suivent respectivement les droites d'équation $y = 0$ et $x = 1$. Dans le repère $(O, \vec{u}; \vec{v})$, la rivière est tangente à la route N°1 à l'origine O. La production de la pastèque n'est bénéfique que si elle se fait sur le domaine compris entre la droite d'équation $x = 0$, les deux routes et la rivière.

Consignes :

1 -) Détermine le bénéfice maximal annuel à réaliser par l'entreprise de Kampi s'il se lance dans la production du coton.

2 -) Détermine l'aire du domaine bénéfique à la production de pastèque.

critères		Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Barèmes	Consigne 1	1,5pt	1pt	1pt	1pt
	Consigne 2	1,5pt	1pt	1pt	

EXERCICE 2 (6points)

I- Complète le tableau suivant en utilisant l'arbre de probabilité de la première colonne du tableau. (0,25pt × 9)

	a)=.....	$P(A \cap B) = \dots$	$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \dots$
	b)=.....	$P(\bar{A} \cap B) = \dots$	$P(B) = \dots$
	c)=.....	$P(A \cap \bar{B}) = \dots$	$P(\bar{B}) = \dots$

II- Choisis la bonne réponse : (0,5pt × 6)

1) Le plan (P) passant par le point A(1, 2, 3) et de vecteur normal $\vec{n}(-1, 2; 1)$ a pour équation cartésienne : a) $-x + 2y + z - 5 = 0$ b) $x - 2y - z + 6 = 0$ c) $-x + 2y + z + 6 = 0$

2) La distance entre le plan $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$ et le point B(1, 1, 1) est :

a) $\frac{2\sqrt{14}}{7}$ b) $\frac{3\sqrt{14}}{7}$ c) $\frac{5\sqrt{14}}{7}$

3) Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par : $U_n = \int_{-\pi}^{\pi} (-1)^n \cos x \, dx$.

a/ U est une suite décroissante ; b/ U est une suite croissante ; c/ U est une suite constante.

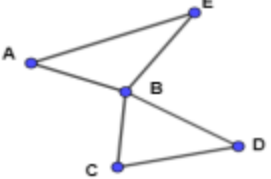
4) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 3x + \cos(x)$. La valeur moyenne de f sur $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

est : a/ $\frac{\pi}{2}$; b/ $\frac{2}{\pi}$; c/ $\frac{1}{\pi}$; d/ π .

- 5) Une primitive G de la fonction g définie par : $g(x) = 6\sin(3x + 2)$ sur $[0; +\infty[$ est :
- a/ $G(x) = 2\cos(3x + 2) + k$; b/ $G(x) = -2\cos(3x + 2) + k$;
 c/ $G(x) = -6\cos(3x + 2) + k$; d/ aucune réponse.

6) Le nombre d'arrêtes d'un graphe complet d'ordre 8 est : a/ 28 ; b/ 21 ; c/ 14

III- Soit le graphe ci-dessous : relie par une flèche le résultat correspondant à chaque caractéristique du graphe. (0,25pt \times 3)

	1. Le nombre chromatique	a. 4
	2. La taille du graphe	b. 3
	3. Le degré du sommet B	c. 6

EXERCICE 3 (6points)

Partie A

Dans tout l'exercice, f désigne la fonction définie sur l'intervalle $[1; +\infty[$ par : $f(x) = e^{3-x} \ln x$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, unité graphique : 2cm.

I - Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[1; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - x \ln x$.

1 / Etudie les variations de g . **0,75 pt**

2 / Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1; +\infty[$. **0,25 pt**

3 a/ Précise le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $[1; +\infty[$. **0,5 pt**

b / Vérifie l'encadrement $1,76 < \alpha < 1,77$. **0,25 pt**

II- 1/ Calcule la dérivée f' de f , puis montre que $f'(x)$ a le signe que $g(x)$. **0,5 pt**

2 a/ Dresse le tableau de variation de la fonction f . **0,5 pt**

b / Vérifie que $f(\alpha) = e^3 \times \frac{\ln \alpha}{e^\alpha}$. **0,5 pt**

3 / Construis la courbe (C) dans le repère. On donne $f(\alpha) \approx 1,95$ **0,5 pt**

Partie B

1- On considère le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$ où z est un nombre complexe.

a- Calcule $P(4)$. **0.25pt**

b- Résous $P(z) = 0$. **0,5pt**

2- Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Soient A, B et C les points d'affixes respectives : $a = 4$; $b = 1 + i\sqrt{3}$; $c = 1 - i\sqrt{3}$. Montre que le triangle ABC est équilatéral. **0.5pt**

3- Soit K le point d'affixe $k = -\sqrt{3} + i$. On appelle F l'image de K par la rotation de centre O et d'angle de mesure $\frac{\pi}{3}$ et G l'image de K par la translation de vecteur \vec{OB}

a- Détermine les affixes respectives de F et G ? **0,5 pt**

b- Montre que les droites (OC) et (OF) sont perpendiculaires. **0.25pt**

c- Soit H le quatrième sommet du parallélogramme COFH.

Montre le quadrilatère COFH est un carré. **0.25pt**

DRE DRAND LOME	COMPOSITION REGIONALE	DEUXIEME SEMESTRE / MAI 2025
Classe : T^{1e}D	EPREUVE DE MATHEMATIQUES	Coefficient : 4H / Durée : 04H

Exercice 1 : (8pts)

A l'occasion de la journée internationale des maladies liées aux troubles respiratoires ; le doyen de la faculté de médecine d'une Université déclare devant les étudiants et les officiels sportifs : « La capacité pulmonaire d'un être humain est la quantité d'air présente dans les poumons, mesurée à des fins diagnostiques lors d'une exploration fonctionnelle respiratoire. Elle est exprimée en litres et dépend de plusieurs facteurs dont le principal est l'âge. Elle est modélisée par la fonction : $f(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}$, où x désigne l'âge et $x \in [10; 90]$.

La capacité pulmonaire reste supérieure à 4,5 litres dans une certaine tranche d'âge.

La capacité pulmonaire moyenne entre 20 et 70 ans n'atteint pas 5 litres. »

Intéressé par ces deux dernières informations, l'un des officiels sportifs M. AGBAKA, le sélectionneur principal de l'équipe de football de l'Université désire remanier son effectif en sélectionnant des joueurs dont la capacité pulmonaire actuelle dépasse 5,39 litres. M. AGBAKA mettra comme attaquant principal dans le nouvel effectif un joueur dont la capacité pulmonaire actuelle est maximale.

1) Détermine la tranche d'âge des nouveaux joueurs de l'équipe de football de l'Université et l'âge (de l'attaquant principal).

2) Justifie la dernière affirmation du doyen de la faculté de médecine (La capacité pulmonaire moyenne entre 20 et 70ans n'atteint pas 5 litres).

GRILLE DE NOTATION

Consignes	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,75	1,25	1	0,5
Consigne 2	1,25	1	1	0,25

Exercice 2 : (6pts)

A/ Complète le texte suivant (sans le recopier) à l'aide des lettres a, b, c, d, e, f et h. (0,5x7)pts

1) Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). On considère la transformation T du plan dont l'expression analytique est : (T): $\begin{cases} x' = -x - y + 1 \\ y' = x - y - 3 \end{cases}$

L'écriture complexe de T esta..... T est uneb..... de rapportc....., d'angle de mesured.....

2) Soit A(1 ; 2 ; 1) et B(-2 ; 1 ; 2). L'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0$ est la sphère d'équatione..... Son centre est ...f..... et son rayon est : ...h.....

B/ Pour chacune des questions, choisis la bonne proposition.

1) l'équation caractéristique de l'équation différentiel $y'' - 3y' + 4y = 0$, est :

a) $S = \left\{ x \mapsto e^{\frac{3}{2}t} \left(A \cos\left(\frac{\sqrt{7}}{2}t\right) + B \sin\left(\frac{\sqrt{7}}{2}t\right) \right) \right\}$; b) (EC): $r^2 - 3r + 4 = 0$;

c) (EC): $r^2 - 3r + 4 = 0$; d) aucune réponse

(0,25pt)

2) g est une fonction continue sur un intervalle K ; m, n et p sont 3 éléments de K. (0,5pt) $\int_m^n g(x)dx - \int_p^m g(x)dx$ est égale à:

a) $\int_p^m g(x)dx$; b) $\int_{-n}^{-p} g(x)dx$; c) $\int_p^n -g(x)dx$ et d) $\int_{-p}^{-n} g(x)dx$

3) Ω est l'univers des éventualités et p une probabilité sur Ω . A et B sont deux événements tels que $p(A) = \frac{1}{5}$ et $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Si A et B sont indépendants alors : (0,5pt)

a) $p(B) = \frac{3}{10}$; b) $p(B) = \frac{3}{11}$; c) $p(B) = \frac{3}{8}$; d) Rien de tout ce qui précède

4) On pose $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t \cos 2t dt$. Alors

a) $I = \frac{1-e^{\frac{\pi}{2}}}{5}$; b) $I = \frac{1+e^{\frac{\pi}{2}}}{5}$; c) $I = -\frac{1+e^{\frac{\pi}{2}}}{5}$; d) $I = -\frac{1-e^{\frac{\pi}{2}}}{5}$

5) Soit (D) une droite d'équation cartésienne $(D): \begin{cases} x + 2y - z - 1 = 0 \\ x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$ et $A(-7; 0; 4)$ un point de l'espace. Le plan (P) formé par A et la droite (D) a pour vecteur normal : (0,25pt)

a) $\vec{n}(1; 1; -2)$; b) $\vec{n}(1; 14; 11)$; c) $\vec{n}(1; 2; -1)$ d) aucune bonne réponse proposée

6) Le nombre minimal d'arêtes à mettre pour que le graphe suivant soit complet est (0,25pt)

a) 6

b) 8

c) 10

d) 12



Exercice 3 : (6pts)

A/ Dans un pays, il y a 2% de la population contaminée par **coronavirus**. On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes : La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test). La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test). On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note V l'événement « la personne est contaminée par le virus » et T l'événement « le test est positif ». V et T sont les événements contraires respectifs de V et T .

1/ Traduire la situation à l'aide d'un arbre à l'aide d'un arbre de probabilités. [0.25pts]

2/ Traduire correctement par une phrase les événements $V \cap T$ et $V \cap \bar{T}$ puis calculer $P(V \cap T)$ et $P(V \cap \bar{T})$. [1pt]

3/ Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492 [0.5pt]

4/ Justifier par un calcul la phrase : « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40% de chances » que la personne soit contaminée ». [0.25p]

5/ Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif. [0.5pt]

B/ On considère les équations différentielles ; $(E_1): y' + 2y = 0$ et $(E_2): y' + 2y = (x - 3)e^{-x}$

1) Résoudre (E_1) 0,25pt

2) Trouve 2 réels a et b pour que $f(x) = (ax + b)e^{-x}$ soit solution de (E_2) (0,5)pt

3) Démontre que h est solution de (E_2) si et seulement si $h-f$ est solution de (E_1) . 0,5pt

4) Dédire toutes les solutions de (E_2) . (0,5)pt

C/ Soit un point $A(-2; 1; 1)$ et un vecteur $\vec{n}(1; -2; 3)$ de l'espace (E) muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1) Déterminer une équation du plan (P) contenant le point A et de vecteur normal \vec{n} . [0.5pt]

2) Déterminer la distance du point $B(1; -4; 5)$ au plan (P) . [0.25pt]

3) Montrer que $\vec{u}(3; 3; 1)$ et $\vec{v}(1; -2; 1)$ sont des vecteurs directeurs de (P) . [0.5pt]

4) En déduire une représentation paramétrique de (P) . [0.5pt]

DRE-PLO	Proposition de sujet de la composition du 2 ^{em} semestre	Classe : Terminale D
AS :2024-2025	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Durée :4h Coef :3

Exercice01

Pour répondre à la demande de la population suite à la flambée des prix du carburant, une usine s'est spécialisée dans la fabrication des véhicules à un faible taux de consommation en carburant. Avant de mettre un véhicule sur le marché un contrôle de qualité se fait d'une part sur le taux de consommation en carburant et d'autre part sur la rigidité des pièces pour s'assurer que le véhicule ne présente aucun défaut de sécurité. Un véhicule est sans défaut de consommation si son taux de consommation au bout de 10 minutes de fonctionnement est compris entre 0.005 et 0.006. Pour tester la consommation d'un prototype de véhicule, l'équipe technique introduit du carburant dans le réservoir à débit constant. A l'instant $t=0$ le véhicule est mis en marche pour une durée de 10 minutes. Les mesures réalisées permettent de modéliser que le taux $f(t)$ de consommation de carburant par ce véhicule au bout de t minutes de fonctionnement est solution de l'équation différentielle (E): $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0$ et vérifie $f(0) = -0,2$ et $f'(0) = 0,2$.

Il s'avère à la suite d'un grand nombre de vérification que :

- 95% des véhicules sont sans défaut de consommation en carburant.
- 80% des véhicules sans défaut de consommation réussissent le test de rigidité des pièces.
- 2% de véhicules ont un défaut de consommation et un défaut de rigidité des pièces.

Les véhicules sans aucun défaut sont mis directement en vente avec un bénéfice de 600.000 FCFA sur un véhicule vendu. Les véhicules présentant un seul défaut de fonctionnement sont réparés sur place et vendu par suite avec un bénéfice de 100.000 FCFA sur un véhicule qui a un défaut de consommation et 300.000 FCFA sur un véhicule qui a un défaut de rigidité. Les véhicules ayant deux défauts de fonctionnement sont livrés directement dans une société de vente de pièces détachées avec une perte de 700.000 FCFA sur un véhicule livré.

Le PDG de l'entreprise voudrait connaître le bénéfice moyen sur un véhicule et le nombre de véhicule qu'il doit fabriquer par jour pour que la probabilité d'avoir au moins un véhicule sans aucun défaut de fonctionnement soit supérieure ou égale à 0,999.

Consigne 1 : Par une production argumentée dit si le prototype de véhicule ayant subi le test de consommation présente un défaut de consommation ou pas.

Consigne 2 : En considérant X la variable aléatoire qui associe à chaque véhicule le bénéfice rapporté et Y celle qui associe le nombre de véhicule sans aucun défaut fabriqués par jour, détermine pour le DG le bénéfice moyen sur la vente d'un véhicule et le nombre n de véhicule qu'il doit produire pour que la probabilité P_n d'avoir au moins un véhicule sans aucun défaut soit supérieure ou égale à 0,999.

	Pertinence	correction	cohérence	Perfectionnement
Consigne1	1pt	1pt	1pt	1pt
Consigne 2	1,5pt	1,5pt	1pt	

Exercice02

I. Recopie et complète le tableau suivant (0,25 × 8pts)

Fonctions		$\frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$	$\frac{\ln(x)}{x}$	$\frac{x}{\sqrt{9 + x^2}}$		xe^{x^2}		$\frac{1-x}{1+x}$
Primitives	$\tan(x)$				$x \ln(x) - x$		$\ln \ln(x) $	

II. Choisis la bonne réponse (0,25 × 8pts)

1) L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}, \vec{k})$.

i. Soient les points $A(2; 2; 2)$, $B(3; 4; 0)$, et $C(5; 8; -4)$. Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont :

- a) Colinéaires b) Orthogonaux c) Ni colinéaires, ni orthogonaux.

ii. Les plans $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ et $(P'): -x + y + z - 3 = 0$ sont :

- a) Parallèles b) Perpendiculaires c) Ni parallèles ni perpendiculaires.

iii. Le plan $(P): x + 2y - z + 1 = 0$ et la droite $(D): \begin{cases} x = 3t \\ y = 6t + 1 \\ z = -3t \end{cases} t \in \mathbb{R}$ sont :

- a) Parallèles b) Orthogonaux c) Ni parallèles ni orthogonaux.

iv. La distance du point $I(2; 1; -2)$ au plan $(Q): x - 2y + 3z - 1 = 0$ est :

- a) $\frac{9\sqrt{7}}{7}$ b) $\frac{7\sqrt{9}}{9}$ c) $\frac{\sqrt{14}}{2}$ d) $\frac{\sqrt{14}}{7}$

2) Soient $a = 1 + i\sqrt{3}$ et $b = 1 + i$ et $c = \frac{a}{b}$. Le module et l'argument de c est :

- a) $2; \frac{\pi}{3}$ b) $\sqrt{2}; \frac{\pi}{4}$ c) $\sqrt{2}; \frac{-\pi}{12}$ d) $\sqrt{2}; \frac{\pi}{12}$

3) X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres $(12; \frac{1}{4})$. L'écart type de X est :

- a) 3 b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{9}{4}$

4) A et B sont deux événements. Si $P(A/B) = P(A)$ alors :
 a) A et B sont indépendants
 b) A et B sont disjoints c) A inclus dans B d) B est inclus dans A

5) $\int_{-2}^2 \frac{x^{2025}}{x^2+1} dx$ est égale à : a) $2 \int_0^2 \frac{x^{2025}}{x^2+1} dx$ b) 2 c) 0 d) 2025

III. On considère l'application f du plan complexe dans le plan complexe qui à tout point M_n d'affixe z_n associe le point M_{n+1} d'affixe z_{n+1} tels que $z_{n+1} = (1 - i)z_n + 2i$. On donne $z_1 = 1$. Complétez sans recopier le texte.

1) $z_2 = \dots (a) \dots$ et $z_3 = \dots (b) \dots$ (0,25 × 2pt)

2) f est une similitude directe de caractéristiques c) $(\Omega(\dots); k = \dots; \theta = \dots)$ (0,5pt)

3) $\frac{z_{n+1} - z_n}{2 - z_n} = \dots (d) \dots$. On en déduit que pour tout point M_n du plan, $\Omega M_n M_{n+1}$ est un triangle $\dots (e) \dots$ (0,5pt)

4) On considère la suite (y_n) de terme général $y_n = z_n - 2$. (y_n) est une suite géométrique de raison $q = \dots (f)$ et de premier terme $y_1 = \dots (g) \dots$ (0,5pt)

Exercice03

Partie A

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = (2x + 1)e^{-2x} + 1$

1) Calculer les limites de g en $+\infty$ et $-\infty$. (0,25 × 2pt)

2) a- Calculer la dérivée g' de g puis dresser le tableau de variation de g . (0,25 × 3pt)

b- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]-1; 0[$ et en déduire le signe de $g(x)$ pour tout réel x . (0,25 × 2pt)

Partie B

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^{-2x} + 1 - x$. On appelle \mathcal{C} la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

1) a- Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (0,25 × 2pt)

b- Montrer que la droite $(\mathcal{D}): y = -x + 1$ est asymptote à \mathcal{C} en $+\infty$. (0,25pt)

c- Etudier la position relative de \mathcal{C} par rapport à \mathcal{D} . (0,25pt)

2) a- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$. (0,25pt)

b- Dresser le tableau de variation de f . (0,5pt)

c- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\beta \in [1; \frac{3}{2}]$. (0,25pt)

d- Montrer que $f(-\beta) = 0$. Que peut-on en déduire. (0,25 × 2pt)

3) Tracer (\mathcal{D}) et \mathcal{C} sachant que \mathcal{C} admet une branche parabolique de direction (OJ) en $-\infty$. On prendra $\alpha = -0.64$ et $f(\alpha) = 2.02$. (0,75pt)

4) Soit un nombre réel t strictement supérieur à -1 . On désigne par $I(t) = \int_{-1}^t (x + 1)e^{-2x} dx$

a- Calculer $I(t)$ et en déduire l'aire $\mathcal{A}(t)$ du domaine du plan délimité par la courbe \mathcal{C} et l'asymptote \mathcal{D} les droites d'équations $x = -1$ et $x = t$. (0,75pt)

b- Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathcal{A}(t)$. (0,25pt)

DRE CENTRALE	COMPOSITION DU 2 ^{ème} SEMESTRE	A/S : 2024-2025
Classe : T ^{le} D	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Durée 4h / Coef 3

SITUATION D'ÉVALUATION : (8pts)

Pour organiser l'anniversaire de ton établissement, le proviseur et les cadres de la localité ont prévu la construction d'un podium pour les artistes, l'installation de trois Lampadaires (L_1, L_2 et L_3) et d'une caméra de surveillance. Le technicien chargé de la réalisation des travaux qui a des connaissances en mathématiques voulant tester les capacités de son enfant élève en classe de terminale D qui est ton ami lui dit ce qui suit :

- Les lampadaires sont représentés par les points A, B et C dont les affixes sont solutions de l'équation complexe (E) : $\forall z \in \mathbb{C}, z^3 - 2iz^2 + 4(1+i)z + 16 + 16i = 0$. De plus, les points A et B appartiennent respectivement à l'axe des réels et à l'axe des imaginaires dans le plan complexe muni du repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) ;
- Le podium a la forme du quadrilatère A'B'C'D où A', B' et C' sont les images respectives des points A, B et C par la similitude directe S qui transforme A en A', B en B' et C en C' d'écriture complexe : $z' = \frac{1}{2}(1+i)z + 2 + i$ et D le point d'affixe $z_D = a + ib$ où a et b sont respectivement la raison et le premier terme de la suite géométrique (V_n) définie par :

$$V_n = U_n - 1 \text{ avec } \begin{cases} U_1 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, U_{n+1} = 2U_n - 1 \end{cases}$$

- Le maximum de la fonction f solution de l'équation différentielle (E) : $f'' - 4f' + 4f = 0$ dont la courbe représentative (C) passe par le point K (0 ; 2) et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 3x$ est la position de la caméra de surveillance ;

et lui demande de lui déterminer les positions exactes des 3 lampadaires, du podium et de la caméra. Celui-ci éprouve des difficultés et te sollicite afin de l'aider.

A partir d'une production claire,

Consigne 1 : Déterminer les positions exactes des 3 lampadaires ainsi que celle du podium et faire une illustration graphique dans un repère orthonormé.

Consigne 2 : Déterminer la solution f de (E) puis construire (C) dans un même repère en indiquant la position exacte de la caméra de surveillance.

Consignes	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5 pts	1,5 pt	1 pt	0,5 pt
Consigne 2	1,25 pt	1 pt	0,75 pt	0,5 pt

Exercice I : (06 pts)

I/ Pour chacune des questions suivantes, quatre réponses te sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro de la question et la lettre de la réponse juste correspondante. (6 x 0,5pt)

1) La solution dans IR de l'équation (E) : $\ln(x-1) + \ln(x+1) = \ln(x+2)$ est :

a) $\left\{ \frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2} \right\}$, b) $\left\{ \frac{1-\sqrt{13}}{2} \right\}$, c) $\left\{ \frac{1+\sqrt{13}}{2} \right\}$ d) Aucune bonne réponse

2) La dérivée de la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x - \ln x}{x^2}$ est :

a) $f'(x) = \frac{-2x-1+2\ln x}{x^3}$, b) $f'(x) = \frac{2x+1-2\ln x}{x^3}$; c) $f'(x) = \frac{-2x-1+2\ln x}{x^4}$; d) Aucune bonne réponse

3) Si l'équation différentielle du second ordre : $ay'' + by' + cy = 0$ est telle que : $b^2 - 4ac < 0$, alors ses solutions sont de la forme :

a) $(Ax + B)e^{rx}$; b) $(A \cos(\beta x) + B \sin(\beta x))e^{\alpha x}$; c) $Ae^{r_1 x} + Be^{r_2 x}$; d) Aucune bonne réponse

4) La solution de l'équation différentielle (E) $y'' - 5y' + 6y = 0$ est :

a) $Ae^{-2x} + Be^{-3x}$, b) $Ae^{-5x} + Be^{6x}$, c) $Ae^{3x} + Be^{2x}$, d) Aucune bonne réponse

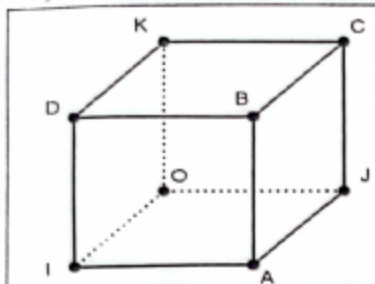
5) Soit $I = [1; 7]$, f et g sont des fonctions continues sur I telles que $f(x) < 0$ et $g(x) > 0$ sur I .

L'aire en unité d'aire du domaine $\begin{cases} 1 \leq x \leq 7 \\ f(x) \leq y \leq g(x) \end{cases}$ est :

a) $\int_1^7 (f(x) - g(x)) dx$, b) $\int_1^7 (g(x) - f(x)) dx$; c) $\int_1^7 (f(x) + g(x)) dx$; d) Aucune bonne réponse

6) La valeur de $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{1+x^2} dx$ est : a) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) 0, c) $\frac{\pi}{8}$, d) Aucune bonne réponse

II) /Relève la lettre puis donne la réponse appropriée. (3pts)



AJOIBCKD est un cube.

1) Les coordonnées des points A, B, C et D dans le repère (O, I, J, K) sont respectivement.....a,b.....,c..... etd..... (4 x 0,25pt)

2) Les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{BD} dans la base (I, J, K) sont respectivemente.....,f..... (2 x 0,5pt)

3) L'équation paramétrique de la droite (BA) estg..... et l'équation cartésienne du plan (ABD) esth.....(2 x 0,5pt)

4-La taille d'un graphe est ...i.. de la somme des degrés de tous les sommets du graphe.

5- Un graphe ...j.. admet un cycle ...k.. si et seulement si tous les sommets sont de degré pair

EXERCICE II : (6pts)

I-/ Une fabrication artisanale de jouets en bois vérifie la qualité de sa production avant sa commercialisation. Chaque jouet produit par l'entreprise est soumis à deux contrôles : d'une part l'aspect du jouet est examiné afin de vérifier qu'il ne présente pas de défauts de finition et d'autre part sa solidité est testée. Il se révèle à la suite d'un grand nombre de vérifications que :

- 92% des jouets sont sans défaut de finition ;
- parmi les jouets qui sont sans défaut de finition, 95% réussissent le test de solidité ;
- 2% des jouets ne satisfont aucun des deux contrôles.

On prend au hasard un jouet parmi les jouets produits et on note :

F l'évènement « le jouet est sans défaut de finition »

S l'évènement « le jouet réussit le test de solidité »

1- Déterminer $P(F)$; $P_F(S)$; $P(\overline{F} \cap \overline{S})$; $P(S)$ et $P_{\overline{F}}(\overline{S})$ (1pt)

2- Un jouet a réussi le test de solidité.

Calculer la probabilité qu'il soit sans défaut de finition(0,5pt)

3- Les jouets ayant satisfait aux deux contrôles rapportent un bénéfice de 5000F, ceux qui n'ont pas satisfait au test de solidité sont remis au rebut (donc ne rapportent aucun franc). Les autres jouets rapportent 2500F.

On désigne par X la variable aléatoire qui associe à chaque jouet le bénéfice rapporté.

a-) Définir la loi de probabilité de X (1pt)

b-) Définir la fonction de répartition F de X (0,5pt)

II-/ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on considère les intégrales suivantes : $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \sin x dx$ et $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx} \cos x dx$

1- Calculer I_0 et J_0 (0,5pt)

2- Soit n un entier non nul.

a-) En intégrant par parties I_n et J_n , démontrer que $I_n + nJ_n = 1$ et $J_n - nI_n = e^{-\frac{n\pi}{2}}$ (1pt)

b-) En déduire, pour tout n non nul, les expressions de I_n et J_n en fonction de n .(1pt)

c-) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} J_n$ (0,5pt)

EXERCICE 1 : SITUATION PROBLÈME (08 pts)

Lors d'une soirée, une chaîne de télévision a transmis un match de football de la League des Champions. Juste après le match, la chaîne a proposé une émission d'analyse de ce match. Les informations suivantes ont été relevées :

- 56% des téléspectateurs ont regardé le match
- Un quart des téléspectateurs ayant regardé le match ont aussi regardé l'émission
- 16,2% des téléspectateurs ont regardé l'émission.

Par ailleurs, une étude montre que une solution f de l'équation différentielle (E) : $y'' - 2y' + y = 4e^x$ permet de déterminer le chiffre d'affaire mensuel de la chaîne de télévision en francs CFA en fonction du nombre x de mégawatts consommé par les différents appareils. Cette étude montre que pour tout réel α , la fonction g définie par $g(x) = \alpha x^2 e^x$ vérifie l'équation (E) et la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan passe par l'origine du repère et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = -3x$.

Ton père voulant aussi se lancer dans la télécommunication te demande de lui répondre aux consignes suivantes :

Consigne 1 : Déterminer la probabilité qu'un téléspectateur ait regardé le match sachant qu'il n'a pas suivi l'émission .

Consigne 2 : Déterminer le chiffre d'affaire de la chaîne de télévision pour une consommation de 10 mégawatts.

Grille de notation :

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5 pt	1 pt	1 pt	0,5 pt
Consigne 2	1,5 pt	1 pt	1 pt	0,5 pt

EXERCICE 2 (06 pts)

I- Répondre par vrai ou faux (Ne pas recopier la phrase).

0,25pt×2

1. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les vecteurs $\vec{u}(-1; 2; 3)$ et $\vec{v}(6; 0; 2)$ sont orthogonaux.
2. Une fonction f est dérivable en un point a si et seulement si f est dérivable à gauche en a et dérivable à droite en a .

II- Choisir la bonne réponse (On relèvera sur la copie juste le numéro et la lettre correspondante).

0,5pt×4

1. Le couple $(\alpha; \beta)$ de nombres réels pour lequel la fonction f définie par $f(x) = (\alpha x + \beta)e^{-x}$ est solution de l'équation différentielle (E) : $y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{-x}$ est :
 a) $(\frac{1}{4}; \frac{1}{16})$ b) $(\frac{1}{16}; \frac{1}{4})$ c) $(\frac{1}{4}; \frac{5}{16})$ d) Aucune bonne réponse
2. $ABCD$ est un carré de sens direct. Le rapport et l'angle de la similitude directe de centre A qui transforme B en C sont respectivement :
 a) $k = \sqrt{3}$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$ b) $k = \sqrt{2}$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$ c) $k = \sqrt{2}$ et $\theta = \frac{\pi}{4}$ d) Aucune bonne réponse
3. La valeur moyenne de la fonction f définie par $f(x) = x \ln^2 x$ sur l'intervalle $[1; e]$ est :
 a) $\mu = \frac{e-1}{4}$ b) $\mu = \frac{e^2-1}{4}$ c) $\mu = \frac{e+1}{4}$ d) Aucune bonne réponse
4. Dans l'espace, le point d'intersection du plan d'équation cartésienne $7x + y - 2z - 13 = 0$ et de la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} - t \\ y = \frac{1}{3} \\ z = t \end{cases}$ a pour coordonnées :
 a) $(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{15}{9})$ b) $(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{15}{9})$ c) $(\frac{4}{9}; \frac{1}{3}; \frac{15}{9})$ d) Aucune bonne réponse

III- Compléter les pointillés suivants sans recopier la phrase.

1pt×2

1. L'unique solution réelle de l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 - z^2 - (1+i)z - 2 + 2i = 0$ est $\dots a \dots$
2. Pour tous réels strictement positifs x, y et z , l'ensemble solution du système $(\Sigma) : \begin{cases} \ln(x^2 y^4 z) = 14 \\ \ln(x y z) = 12 \\ \ln(x^3 y z^2) = 14 \end{cases}$ est $\dots b \dots$

IV- Compléter le tableau suivant par une primitive correspondante à chacune des fonctions proposées sur l'intervalle I considéré :

0,5pt×3

Fonction	Primitive
$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{(x^2+2x+5)^4}}$ sur $I = \mathbb{R}$	$F(x) = \dots$
$g(x) = \sin^3 x \cos^4 x$ sur $I = \mathbb{R}$	$G(x) = \dots$
$h(x) = \frac{\ln x}{x}$ sur $I =]0; +\infty[$	$H(x) = \dots$

EXERCICE 3 (06 pts)

On considère un dé cubique non pipé ayant deux faces numérotées 2 et quatre faces numérotées 3, et un dé tétraédrique régulier ayant deux faces numérotées 2 et deux faces numérotées 4. On lance simultanément les deux dés, on désigne par a le numéro apparu sur la face supérieure du dé cubique et b celui sur la face cachée du dé tétraédrique. On considère l'équation différentielle $(E_1) : y'' + ay' + by = 0$ et on désigne par X la variable aléatoire prenant la valeur du discriminant $\Delta = a^2 - 4b$ de l'équation caractéristique de (E_1) . On dit que (E_1) admet une fonction sinusoïdale comme solution générale si $\Delta < 0$.

1. (a) Déterminer toutes les valeurs prises par X . **0,5pt**
 (b) Déterminer la loi de probabilité de X . **0,5pt**
 (c) Définir la fonction de répartition F de X . **0,5pt**
 (d) Représenter graphiquement F dans un repère orthogonal du plan. **0,75pt**
2. Déterminer la probabilité p pour que (E_1) admette pour solution générale, une fonction non sinusoïdale. **0,5pt**
3. On lance n fois de suite les deux dés. On désigne par Y le nombre de fois que l'équation (E_1) admet une fonction non sinusoïdale comme solution générale.
 Déterminer le plus petit entier naturel n pour que la probabilité $P(Y \geq 1)$ soit supérieure ou égale à 0,999. **0,5pt**
4. On pose $(a; b) = (3; 2)$ et on considère l'équation différentielle $(E_2) : y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{x^2}(x-1)e^{-x}$.
 (a) Vérifier que la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ par $f(x) = e^{-x} \ln x$ est solution de (E_2) . **0,75pt**
 (b) Résoudre l'équation différentielle $(E_3) : y'' + 3y' + 2y = 0$. **0,5pt**
 (c) Soit g une fonction au moins deux fois dérivables sur \mathbb{R}_+^* , montrer que g est solution de (E_2) si et seulement si $g - f$ est solution de (E_3) . **0,75pt**
 (d) En déduire toutes les solutions de l'équation (E_2) . **0,75pt**

BONNE CHANCE !

DRE-PLE	COMPOSITION RÉGIONALE DU DEUXIÈME SEMESTRE	ANNEE SCOLAIRE : 2024-2025
CLASSE : Tle D	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DUREE : 4H COEF : 3

Exercice 1 (8pts)

Dans le cadre du développement des villes du Togo, le gouvernement décide de faire tracer une route dans la ville de AGBOGBODJI. Il lance alors un appel d'offre à l'issue duquel une entreprise de génie civil est retenue pour la réalisation des travaux. Après visite du terrain et modélisation, l'entreprise informe que la route à tracer sera la partie de la courbe représentative de la fonction f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $f(x) = x + \frac{e^x}{2(e^x-2)}$ sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Le plan étant muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$ tel que $OI = OJ = 10m$. En plus, sur le plan, il est prévu la construction d'une station-service à proximité de la route. Les études ont montré que le domaine réservé à la construction de la station-service est délimité par la courbe (C_f) de la fonction $f(x)$, les droites d'équations $y = x + \frac{1}{2}$, $x = 1$ et $x = 2$.

Les ouvriers recrutés pour le terrassement du domaine réservé à la construction de la station-service réclament 5000Fr le m^2 comme main d'œuvre.

Consigne 1 : A partir d'une étude de la fonction f , représente dans un plan le support de cette route.

Consigne 2 : A travers tes connaissances mathématiques, hachure sur la figure le domaine réservé à la construction de la station-service et détermine le cout engendrer par le terrassement du domaine réservé à la construction de la station-service.

On te rappelle aussi que $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{e^x - 2}$.

Echelle de construction : Prendre 1cm pour 10m

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,25	1,25	1	0,5
Consigne 2	1,25	1,25	1	0,5

Exercice 2 (6pts)

Partie A : Complète par l'expression manquante. (0.5 pt x 6)

- On considère l'application F d'écriture complexe $z' = (1 - i)z + 2 - 3i$. L'expression analytique de F est(a)..... L'image de la droite d'équation $y = x - 1$ par F est la droite d'équation(b).....
- L'ensemble solution de l'équation : $x \in \mathbb{R}, 25^x - 5^x - 6 = 0$ est..... (c).....
- Le système $(S) : \begin{cases} x + y = 4e \\ \ln x + \ln y = 2 + \ln 3 \end{cases}$ a pour solution(d).....
- La solution réelle de l'équation $z^3 - (5 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z - 5i = 0$ est ...(e)...
- Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la suivante :

x_i	-200	300	400	500
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$

L'espérance mathématique $E(X)$ de X est $E(X) = \dots\dots (f) \dots$

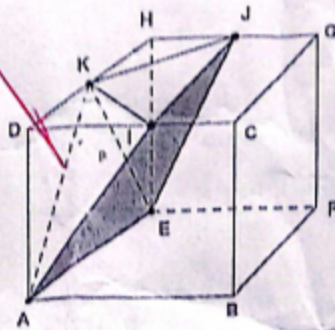
Partie B :

Répondre par Vrai si l'affirmation est VRAIE ou Faux si l'affirmation est FAUSSE. (0.25 pt x 4)

- Le plan contenant le point $A(3; 0; 1)$ et dirigé par les vecteurs $\vec{u}(1; 2; 1)$ et $\vec{v}(-1; 1; 1)$ admet pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = \alpha + \beta + 3 \\ y = 2\alpha - \beta \\ z = \alpha - \beta + 1 \end{cases}, (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2;$
- La solution dans \mathbb{R} de l'équation différentielle $(E): f'' + 3f = 0$ est la fonction $x \mapsto A \cos \sqrt{3}x + B \sin \sqrt{3}x$; avec A et B des nombres réels.
- Si la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètre 0,7 et 10 alors $P(X \geq 1) = 1 - (0,3)^{10}$.
- L'aire en unité d'aire de la partie du plan limitée par la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \ln x$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \beta$; $x = 1$ avec $0 < \beta \leq 1$ est $\int_{\beta}^1 -\ln x dx$.

Partie C : Choisis la bonne réponse (0,5 pt × 4).

Soit ABCDEFGH un cube comme représenté ci-dessous. On place les points I, J et K respectivement au milieu des cotés [DC], [GH] et [DH]. On fixe le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
Le plan (AEI) a pour vecteur normal $\vec{n}(1; -\frac{1}{2}; 0)$.



1- Les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AE} et \overrightarrow{AI} dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ sont :

a- $\overrightarrow{AE}(0; 0; 1)$ et $\overrightarrow{AI}(\frac{1}{2}; 1; 0)$ b- $\overrightarrow{AE}(1; 0; 1)$ et $\overrightarrow{AI}(\frac{1}{2}; 1; 1)$ c- $\overrightarrow{AE}(1; 0; 0)$ et $\overrightarrow{AI}(\frac{1}{2}; 0; 1)$

2- L'équation cartésienne du plan (AEI) est :

a- $x - \frac{1}{2}y = 0$ b- $x - \frac{1}{2}y + z = 0$ c- $x - \frac{1}{2}y + z - 1 = 0$

3- La distance du point K au plan (AEI) est :

a- $\frac{\sqrt{5}}{5}$

b- $\frac{\sqrt{5}}{4}$

c- $\frac{\sqrt{3}}{5}$

4- L'équation paramétrique de la droite (D) perpendiculaire au plan (AEI) et passant par le point K est :

a- $\begin{cases} x = t \\ y = -\frac{1}{2}t + 1 \\ z = \frac{1}{2} \end{cases} t \in \mathbb{R}$ b- $\begin{cases} x = -t \\ y = -\frac{1}{2}t + 2 \\ z = \frac{1}{2} \end{cases} t \in \mathbb{R}$ c- $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = -\frac{1}{2}t + 1 \\ z = \frac{1}{2} \end{cases} t \in \mathbb{R}$

Exercice 3 (6pts)

Partie A (3pts)

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, On pose $I_n = \int_0^1 (x-1)^n e^{-x} dx$.

1- Justifie que I_n est bien définie. (0,25 pt)

2- Calculer à l'aide d'une intégration par parties I_1 (0,5 pt)

3- a- Montrer que $\forall n \geq 1; I_n = nI_{n-1} + (-1)^n$ (0,5 pt)

b- Calculer I_2 et en déduire que $I_3 = -\frac{6}{e} + 2$ (0,5 pt)

c- Soit $K = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x)e^{-x} dx$. Exprimer K en fonction de I_1, I_2 et I_3 . (0,75 pt)

d- En déduire K (0,5 pt)

Partie B (3pts)

Soit n un entier naturel non nul.

1- Résoudre l'équation différentielle : $y' + \frac{1}{n+1}y = 0$ (1) (0,5 pt)

2- On considère l'équation différentielle : $y' + \frac{1}{n+1}y = \frac{x+1}{(n+1)^2}$ (2). Déterminer les réels a et b tels que la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = ax + b$ soit solution de (2) (1pt)

3- a- Montrer qu'une fonction h dérivable sur \mathbb{R} est solution de (2) si et seulement si $h - g$ est solution de (1) (0,5 pt)

b- En déduire toute les solutions de (2) (0,5 pt)

c- Parmi ces solutions, déterminer la solution f telle que $f(0) = 0$ (0,5 pt)