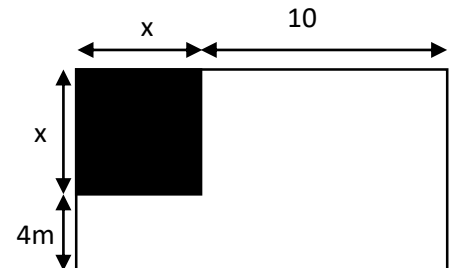


LYCEE DE TOKOIN 2	DEVOIR SURVEILLE DU 2 ^{ème} SEMESTRE	CLASSE : Seconde A ₄	
2023-2024	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DUREE: 2h00min	COEF: 2

EXERCICE 1 (08pts)

La commune de LITA accorde à M. Yao une parcelle de terrain ayant la forme d'un carré de côté x mètres à raison de 5000F le mètre carré. M. Yao estime que la superficie de ce terrain ne lui permet pas de bâtir sa grande maison. Aussi, négocie-t-il avec les voisins pour qu'ils lui vendent une portion de terrain. Les voisins lui proposent alors le mètre carré à P francs CFA, où P est la plus grande des solutions de l'équation : $|3x - 13000| = 2000$. Il augmente un côté du terrain de 10m et l'autre de 4m de manière à obtenir un terrain final de forme rectangulaire de 475 mètres carrés. (Schéma ci-dessous). Pour vérifier les connaissances de son fils Amétépé, il lui fait savoir qu'il ne se souvient plus de la longueur du terrain initial et de sa superficie et lui demande de l'aider à retrouver la longueur du carré et le coût total de la parcelle rectangulaire. Afin de bien accomplir le travail demandé, il vous sollicite. Un des élèves affirme que cette longueur vérifie l'équation : $x^2 + 14x + 40 = 475$. Ensemble ils décident de répondre à la préoccupation de leur camarade de classe.



Consigne 1 : A l'aide de tes connaissances, après avoir montré que l'aire du rectangle est $(x + 4)(x + 10)$, vérifie l'affirmation de l'élève puis en déduire la longueur du carré.

Consigne 2 : Déterminer le coût de l'ensemble de la parcelle acheter.

Barème	CM1	CM2	CM3	CP
Consigne 1	1,5pt	1,5pt	1pt	1pt
Consigne 2	1pt	1pt	1pt	

EXERCICE 2 (06pts)

PARTIE A : Pour chaque question, noter sur votre copie le numéro de la question et choisir la lettre correspondante à la bonne réponse (0,5pt x 6)

- L'expression développée et réduite de $(2x - 3)^2 + (3x + 5)^2$ est :
 - $13x^2 - 18x + 34$
 - $13x^2 + 18x - 34$
 - $13x^2 + 18x + 34$
 - Pas de réponse juste.
- Le polynôme $x^2 - 6x + 5$ a pour forme canonique :
 - $(x + 3)^2 + 4$
 - $(x - 3)^2 - 4$
 - $(x - 3)^2 + 4$
 - $(x + 3)^2 - 4$
- Le degré du polynôme $(3x^2 - 5)(2x + 4)$ est :
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5.
- Deux des racines du polynôme $3x^3 + 2x^2 - 7x + 2$ sont les nombres réels :
 - 1 et -2
 - 1 et 2
 - 1 et -2
 - 1 et 2
- A et B sont deux ensembles finis. Lorsque $CardA = 37$, $Card(A \cap B) = 25$ et $Card(A \cup B) = 118$ alors $Card(B)$ est égale à :
 - 143
 - 106
 - 81
 - pas de réponse juste.
- La fonction affine f qui est définie sur $\mathbb{R}$ telles que $f(-2) = 2$ et $f(8) = 7$ a pour expression :
 - $f(x) = x + 4$
 - $f(x) = -2x + 23$
 - $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$
 - $f(x) = 2x + 7$

PARTIE B Répondre par vrai ou faux (0,5pt x 4)

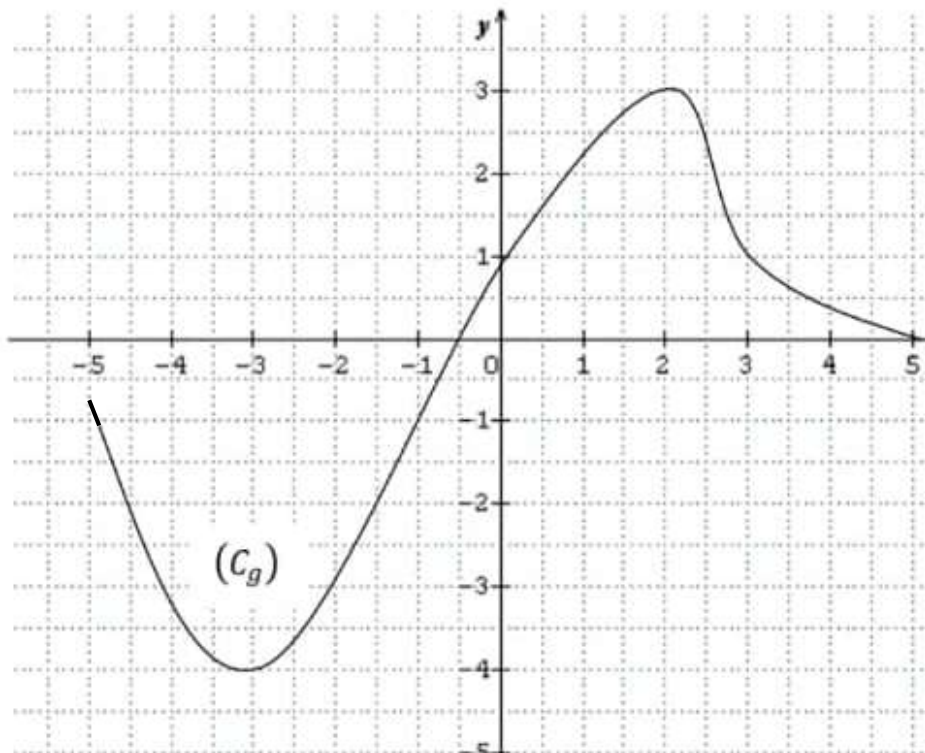
1. Toute fonction affine est une fonction qui est sous la forme ax^3+b
2. La courbe représentative de la fonction carrée est une hyperbole.
3. L'ensemble des nombres réels x vérifiant $-10 < x \leq 0$ et $1 \leq x < 10$ est $[-10; 10]$.
4. Si x appartient à l'ensemble A et n'appartient pas à l'ensemble B , alors x appartient à l'ensemble $A \cap B$.

PARTIE C Compléter les affirmations suivantes avec les mots qui conviennent (0,25pt x 4)

On appelle polynôme toute somme algébrique de(a).....La racine d'un polynôme est tout nombre réel qui(b).....ce polynôme. Et un polynôme de degré trois (3) a au plus ...(c).....racines. La représentation graphique d'une fonction affine est une ...(d)...

EXERCICE 3 : (06pts)

Soit la fonction f définie par la représentation graphique suivante :



Par lecture graphique :

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Quelle est l'image de -5 ; -2 ; 2 et 5 par la fonction f ?
3. Quels sont les antécédents de 3 et 0 par f ?
4. Quel est le sens de variation de f sur chacun des intervalles suivants $[-5 ; -3]$ et $[-2 ; 2]$?
5. Quel est le signe de $f(x)$ sur $[-5 ; -1]$ et sur $[1 ; 4]$.
6. Détermine le maximum et le minimum $[-4 ; 4]$

LYCEE DE TOKOIN 2	EXAMEN BLANC	CLASSE : Première A ₄	
2023-2024	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DUREE: 2h00min	COEF: 2

Exercice 1 (8pts)

Dans une classe de première d'effectif 60 élèves, 30 élèves pratiquent le basketball, 35 élèves pratiquent le handball et 20 élèves pratiquent ces deux disciplines sportives. Le major de la classe décide de connaître le nombre d'élèves qui pratiquent au moins une de ses deux disciplines sportives afin d'élire un comité sportif de trois membres comportant un des élèves qui pratiquent uniquement le basketball, un des élèves qui pratiquent uniquement le handball et un des élèves qui pratiquent ses deux disciplines sportives. Mais il éprouve des difficultés. Etant doué en mathématiques, le major sollicite votre aide.

Consigne 1 : A partir de tes connaissances en mathématiques aide le à connaître, le nombre d'élèves qui pratiquent au moins une de ses deux disciplines sportives

Consigne 2 : Aide le aussi à connaître, le nombre de comité sportif qu'on peut former.

Consignes	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,5	1,25	1	0,5
Consigne 2	1,5	1,25	1	

Exercice 2 (8pts)

I. Répondre par vrai ou faux aux propositions suivantes (0,25pt×4)

Proposition
1/ Une fonction f d'ensemble D_f admet le point $A\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right)$ comme centre de symétrie, lorsque $\forall x \in D_f, 2a - x \in D_f$ et $f(2a - x) + f(x) = 2b$
2/ On appelle classe modale toute classe densité maximale
3/ Une fonction f d'ensemble D_f est impaire, lorsque $\forall x \in D_f, -x \in D_f$ et $f(-x) + f(x) = 0$
4/ On appelle fréquence d'une classe $[a; b[$, le quotient de sa densité par l'effectif total

II. Sans recopier l'énoncé, choisir à chaque question la ou les bonnes réponses (0,5pt×4)

Enoncée	Proposition A	Proposition B	Proposition C
1/ L'équation $x \in \mathbb{R}; 3x^2 - 2x - 1$ a pour solution :	$S = \left\{-1; \frac{1}{3}\right\}$	$S = \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$	Aucune réponse juste
2/ L'équation $x \in \mathbb{R}; x^4 - 5x^2 + 4$ a pour solution :	$S = \{-2; -1; 1; 2\}$	$S = \{1; 4\}$	Aucune réponse juste
3/ L'équation $x \in \mathbb{R}; \frac{2x+1}{x-1} = 1$ a pour solution :	$S = \{1\}$	$S = \{-2\}$	Aucune réponse juste
3/ L'inéquation $x \in \mathbb{R}; -x^2 - x + 6 \leq 0$ a pour solution :	$S =]-\infty; -3] \cup [2; +\infty[$	$S = [-3; 2]$	Aucune réponse juste

III. Reproduis et compléter les phrases suivantes : (1pt×2)

Soit f une fonction numérique d'une variable réelle et (C_f) sa courbe représentative. a et b deux nombres réels.

La droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à (C_f) lorsque.....

La droite d'équation $y = b$ est une asymptote horizontale à (C_f) lorsque.....

Exercice3 (6points)

Partie A :

On considère la série statistique ci-dessous

Notes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[
Effectifs	20	30	35	15

1/ Calcule la note moyenne (1pt)

2/ Calcule la variance et l'écart type de la série statistique. (2pts)

3/ Calcule l'écart moyen de la série statistique (1pt)

Partie B :

On considère la fonction $f(x) = \frac{3-x}{x-2}$ et (C_f) la courbe représentative de f .

1-/ Préciser l'ensemble de définition sous forme d'union d'intervalles. (0,5pt)

2-/ Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Préciser les asymptotes. (1,5pts)

LYCEE DE TOKOIN 2	DEVOIR SURVEILLE DU 2 ^{ème} SEMESTRE	CLASSE : Terminale A ₄	
2023-2024	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DUREE: 2h00min	COEF: 1

EXERCICE 1 : (6pts)

- A. On considère le polynôme P définie par : $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 5x + 6$ où a est un nombre réel.
- Déterminer le nombre réel a pour que P admet 1 pour racine. (0,5pt)
 - Avec cette valeur de a trouvée, déterminer un polynôme du second degré Q tel que $P(x) = (x - 1)Q(x)$. (0,5pt)
 - Factoriser le polynôme du second degré $Q(x)$ trouvée, puis en déduire l'expression de $P(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs de premier degré. (0,75pt)
 - Résoudre dans l'équation et l'inéquation suivantes :
 - $P(x) = 0$. (0,5pt)
 - $P(x) \leq 0$. (0,5pt)
 - Déduire des questions précédentes la résolution des équations et inéquations suivantes :
 - $(E_1) : 2e^{3x} - 3e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$. (0,5pt)
 - $(I) : 2e^{3x} - 3e^{2x} - 5e^x + 6 \geq 0$. (0,75pt)
 - $(E_2) : 2(\ln(x))^3 - 3(\ln(x))^2 - 5\ln(x) + 6 = 0$. (0,5pt)
- B. Afin d'encourager son petit frère à étudier les mathématiques, M. ATAVI accepte de lui donner 100 F pour chaque problème correctement résolu. Mais il lui prend 50 F dans le cas contraire. Après 26 problèmes le petit frère obtient 500 F.
- Déterminer le nombre de problèmes qu'il a correctement résolus. (1,5pts)

EXERCICE 2 : (5pts)

Soit la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 1 \end{cases}$ pour tout entier naturel n .

et (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + \alpha$, avec α un nombre réel.

- Calculer les trois premiers termes de cette suite (U_n) . (1pt)
- Déterminer le nombre réel α pour que la suite (V_n) soit une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1,5pts)
- Exprimer V_n en fonction de n . (0,5pt)
 - Déduire l'expression de U_n en fonction de n , puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. (1pt)
- On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$. Calculer S_n en fonction de n . (1pt)

PROBLEME : (09pts)

Soit la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{1}{x} + 2\ln(x + 1)$, de courbe représentative (C_f) dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1cm.

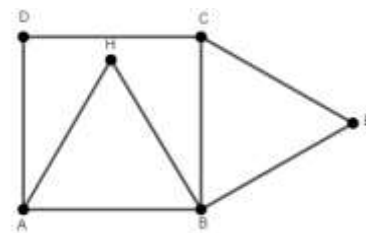
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2x^2 + x + 1 < 0$. (1pt)
- Déterminer l'ensemble de définition Df de f . (1pt)
- Calculer les limites de f aux bornes de Df . (1pt)
 - En déduire que (C_f) admet deux asymptotes verticales dont on précisera les équations. (1pt)
- Calculer la dérivée $f'(x)$, puis montrer $f'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2(x+1)}$. (1,5pts)
 - En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. (1,5pts)
- Calculer $f(2)$, $f(3)$ et $f(4)$. (1pts)
- Construire la courbe (C_f) . (1pt)

LYCEE DE TOKOIN 2	DEVOIR SURVEILLE DU 2 ^{ème} SEMESTRE	CLASSE : Seconde CD	
2023-2024	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DUREE: 3h00min	COEF: 4

Exercice1 (8points)

Le plan d'une préfecture est représenté comme l'indique la figure codée

ci – contre. Sur cette figure, les points A, B, C et D représentent quatre villages dont le positionnement forme un carré. L'hôpital en H et l'école en E sont tels que les triangles ABH et BEC sont équilatéraux.



Les habitants du village D souhaiteraient que le gouvernement construise une voie bitumée leur permettant de rallier facilement l'hôpital et l'école.

En guise de réponse, le représentant du gouvernement leur dit que la route sera construite si les experts affirment que le village D, l'hôpital H et l'école E sont parfaitement alignés.

Pour aider les habitants de ces quatre villages, le gouvernement lance un programme d'aide alimentaire qui consiste à partager des sacs de riz à des foyers en fonction du nombre d'enfants à leurs charges. Pour se faire, il a modélisé le système de partage par une fonction f définie telle que :

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{si } x \in [0 ; 2[\\ 4, & \text{si } x \in [2 ; 4[\\ 3x - 7, & \text{si } x \in [4 ; 6] \end{cases} ; \text{ où } x \text{ désigne nombre d'enfants d'un foyer et } f(x) \text{ le nombre de sacs de riz reçu par ce foyer.}$$

D'après les statistiques, le responsable du programme se rend compte que : 8 foyers à un enfant chacun ; 10 foyers à trois enfants chacun et 12 foyers à cinq enfants chacun ont reçu leur aide.

Pour rendre compte, ce responsable doit déterminer le nombre total exact de sacs de riz offert aux villageois et représenter graphiquement la courbe de la fonction f du partage de ces sacs.

Étant fils de la région et voulant participer au développement de ces villages,

Consigne 1 : en utilisant tes acquis sur les vecteurs montre que le village D, l'hôpital H et l'école E sont parfaitement alignés

Consigne 2 : détermine le nombre de sacs de riz offerts aux villageois puis représenter graphiquement la courbe de la fonction f du partage de ces sacs.

Grille de notation

POINTS SUIVANT LES CRITERES				
CONSIGNES	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	2	1	1	1
Consigne 2	1	1	1	

Exercice2 (6points)

Partie A : Polynômes et fractions rationnelles

Soit la fraction rationnelle h définie par : $h(x) = \frac{3-3x}{-x^2-3x+4}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de h (1pt)
- 2) Etudier le signe de $h(x)$ suivant les valeurs de x sur D_h . (1pt)

Partie B : Produit scalaire

Soit ABC un triangle. On considère A', B', C' les milieux respectifs de [BC] ; [CA] ; [AB].

Soit H l'orthocentre, G le centre de gravité et O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

- 1) a. Démontrer que : $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ puis que $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH} + \vec{HA} + 2\vec{OA'}$. 0,5pt×2
 b. En utilisant la relation $3\vec{OG} - \vec{OH} = \vec{HA} + 2\vec{OA'}$, en déduire que le vecteur $3\vec{OG} - \vec{OH}$ est orthogonal au vecteur $\vec{BC}$. 0,75pt
- 2) Démontrer de même que le vecteur $3\vec{OG} - \vec{OH}$ est orthogonal au vecteur $\vec{CA}$ 0,75pt
- 3) a. Démontrer que : $3\vec{OG} = \vec{OH}$ 0,25pt
 b. En déduire que O, G et H sont alignés (la droite passant par O, G et H est appelée droite d'Euler). 0,25pt
- 4) Démontrer que $3\vec{OA'} = \vec{AH}$ 0,5pt (Faire une figure) 0,5pt

Exercice3 (6points)

I. Répondre par vrai ou faux aux assertions suivantes :

(0,25pt×4).

- 1) Si deux angles orientés sont opposés alors leurs cosinus sont opposés.
- 2) $\cos \frac{\pi}{10} + \cos \frac{9\pi}{10} + \cos \frac{6\pi}{10} + \cos \frac{4\pi}{10} = 1$
- 3) La longueur d'un cercle de rayon 1 est 2π
- 4) Pour tout nombre réel x , on a : $(\cos x)^4 - (\sin x)^4 = x (\cos x)^2 - (\sin x)^2$

II. Sans recopier l'énoncé, choisir à chaque question la ou les bonnes réponses (0,5pt×4)

Polynôme	Forme canonique	Forme factorisée	Racines éventuelles
$x^2 + x + 1$	$\left[\left(x - \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{3}{4} \right]$	N'est factorisable	$\frac{-1}{2}$ et $\frac{1}{2}$
$3x^2 + 5x - 2$	$3 \left[\left(x + \frac{5}{6} \right)^2 - \frac{49}{36} \right]$	$3 \left(x - \frac{5}{6} \right) \left(x + \frac{5}{6} \right)$	-1 et $\frac{2}{3}$
$x^2 + 4x + 4$	$\left(x + \frac{1}{2} \right)^2$	$(x + 2)^2$	$\frac{1}{2}$
$3x^2 + x + 1$	$3 \left[\left(x - \frac{1}{6} \right)^2 - \frac{13}{36} \right]$	$3 \left(x - \frac{1-\sqrt{11}}{6} \right) \left(x - \frac{1+\sqrt{11}}{6} \right)$	N'admet pas de racines éventuelles

III. Reproduis puis complète les tableaux ci-dessous (0,25pt×8)

Mesure (en radians)	$\frac{2024\pi}{3}$	$-\frac{2023\pi}{7}$	$\frac{2020\pi}{4}$	$\frac{2030\pi}{5}$
Mesure principale (en radians)				

Mesure (en radians)	$\frac{20\pi}{3}$		2,5	
Mesure (en degré)		25°		-55°

LYCEE DE TOKOIN 2	DEVOIR SURVEILLE DU 2 ^{ème} SEMESTRE	CLASSE : Première D ₄	
2023-2024	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DURÉE: 4h00min	COEF: 3

EXERCICE 1 (08pts)

KOKOU a un objet d'art ayant la forme d'un triangle rectangle ABC (voir la figure), de périmètre 2 mètres, il aimerait déterminer la longueur AC pour que l'aire de cet objet soit maximale. Pour être en sécurité, il aimerait clôturer sa concession avec du grillage, le technicien lui dit que la longueur du fil a acheté est le périmètre en mètre de l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 1200$, avec $AB = 10\text{ m}$ et que sur le marché on vend n mètres de fil à 7650F où n est la solution strictement positive de l'équation $4 + \sqrt{n-2} = n$. Sa femme a fait le marché pendant 3 jours de la semaine comme suit :

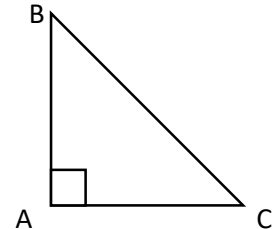
Lundi : elle a acheté 3Kg de poissons, 2Kg de viande, 1Kg de riz à 10000F.

Mercredi : elle a acheté 1Kg de poissons, 3Kg de viande, 2Kg de riz à 10000F.

Jeudi : elle a acheté 4Kg de poissons, 2Kg de viande, 3Kg de riz à 12500F.

Consigne 1 : Après avoir déterminé la longueur AC de cet objet d'art, calculer la montant qu'il va dépenser pour clôturer sa concession.

Consigne 2 : Déterminer la somme que sa femme va dépenser s'il va au marché le samedi pour acheter au même prix 3Kg de poissons, 1Kg de viande, 1,5Kg de riz.



Barème	CM1	CM2	CM3	CP
Consigne 1	1,5pt	1,5pt	1pt	1pt
Consigne 2	1pt	1pt	1pt	

EXERCICE 2 (06pts)

PARTIE A : Choisi la bonne réponse parmi les propositions sans recopier le texte. Ecrire le numéro de la question suivi de la lettre de la réponse juste. (0,5pt x 8)

- Soit h_1 et h_2 deux homothéties de centre O et de rapports respectifs 3 et $-\frac{1}{2}$. La composée $h_1 \circ h_2$ est :
 - L'homothétie de centre O et de rapport $\frac{5}{2}$.
 - L'homothétie de centre O et de rapport -6 .
 - L'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{3}{2}$.
 - L'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{6}$.
- A et B sont deux points du plan. I le milieu du segment $[AB]$ et G le barycentre des points pondéré (A; -1) et (B; 3). L'ensemble des points M du plan tels $\|-\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$ est :
 - La médiatrice du segment $[AB]$
 - Le cercle de centre G et de rayon $\frac{AB}{3}$.
 - L'ensemble vide.
 - Le point I.
- La courbe la courbe représentative de la fonction h définie par : $h(x) = f(-x)$, se déduit de celle de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) par :
 - La symétrie de centre O.
 - La symétrie d'axe (OI) .
 - La symétrie d'axe (OJ)
 - Pas de réponse juste.
- L'ensemble $E = \{M \in \mathcal{P} / \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = 30^\circ\}$ est :
 - Le cercle de diamètre $[AB]$.
 - La médiatrice du segment $[AB]$.
 - Est la réunion de deux arcs de cercle symétriques par rapport à (AB) .
 - Le milieu du segment $[AB]$.
- Le lieu géométrique des points M du plan tels que : $\frac{MA}{MB} = -2$ est :
 - Le point I, milieu du segment $[AB]$.
 - L'ensemble vide

- c) Le cercle de diamètre $[AB]$.
- d) Une droite perpendiculaire à la droite (AB) et passant par A.

6. Les solutions dans $]-\pi; \pi]$ de $\sqrt{2} \cos(2x + \pi) = 1$ sont :

- a) $-\frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$.
- b) $-\frac{5\pi}{8}; -\frac{3\pi}{8}; \frac{3\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}$.
- c) $-\frac{3\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}$.
- d) $\frac{3\pi}{8}; \frac{5\pi}{8}; \frac{11\pi}{8}; \frac{13\pi}{8}$.

7. $\sin x \leq \frac{1}{2}$ est vérifié sur l'intervalle :

- a) $[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}]$
- b) $[\frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}]$
- c) $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$
- d) $[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}]$

8. Lorsque la fonction f admet au point A(2 ; 5) une tangente parallèle à la droite d'équation $6x - 2y + 1 = 0$, alors :

- a) $f'(2) = 6$
- b) $f(5) = 2$
- c) $f'(2) = 3$
- d) Pas de réponse juste.

PARTIE B : Réponds par vrai ou faux aux affirmations suivantes (0,25pt x 4)

- a) L'homothétie est une isométrie
- b) Tous les triangles semblables ne sont que des triangles isométriques.
- c) Toutes les fonctions sont des applications.
- d) Pour toutes fonctions f et g on a : $f \circ g(x) = g \circ f(x)$.

PARTIE C : Complète les phrases suivantes par les mots ou les chiffres qui conviennent (0,25x x 2)

Toutes les transformations du plan qui conservent les distances sont appelées La mesure principale de l'angle orienté $\frac{2024\pi}{13}$ est

EXERCICE 3 : (6pts)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$, et (Cf) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de f . (0,25pt)
2. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (1pt)
3. a) Déterminer les nombres réels a , b et c tels que :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}.$$
 (0,5pt)
 b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à (Cf) . (0,5pt)
 c) Etudier les positions relatives de (Cf) et (D) . (0,5pt)
4. Préciser la nature et l'équation de l'autre asymptote à (Cf) . (0,25pt)
5. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f . (1,5pt)
6. Tracer (Cf) . (0,75pt)
7. On donne la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^2+2x+2}{|x+1|}$
 - a) Exprimer $g(x)$ en fonction de $f(x)$. (0,25pt)
 - b) Dire comment obtient-on la courbe représentative de la fonction g à partir de (Cf) . (0,5pt)

LYCEE DE TOKOIN 2	EXAMEN BLANC	CLASSE : Terminale D_4	
2023-2024	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	DUREE: 4h00min	COEF: 3

Exercice1 (5points)

On dispose d'un dé cubique dont les faces sont numérotées : -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3. On lance ce dé deux fois de suite et chaque fois on note le résultat indiqué sur la face non visible. Il est supposé que les six faces ont la même probabilité d'apparaître. Si n_1, n_2 désignent les nombres obtenus dans cet ordre au cours d'une série de 2 lancers, on associe au couple (n_1, n_2) l'application f_a de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f_a(z) = az + i$ avec $a = n_1 + in_2$

1) Quelle est la probabilité pour que l'application géométrique associée à f_a soit :

a) Une symétrie centrale ?

b) Une similitude directe dont l'angle a pour mesure $\frac{\pi}{4}$ et de centre d'affixe i ?

2) Caractériser f_a pour $n_1=2$ et $n_2=-2$

3) Soit S la similitude plane directe d'écriture complexe $z' = (1 - i)z + 3 - 2i$

Déterminer a et b dans chacun des cas suivants :

a) $f_a \circ S$ est l'homothétie de rapport 2 et de centre O .

b) $f_a \circ S$ est la translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $1+i$.

Exercice2 (4points)

A-/ On considère les deux intégrales $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \cos^4 x dx$ et $B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \sin^4 x dx$.

1) Calculer $A + B$ et $A - B$.

2) En déduire les valeurs de A et B .

B-/ Soit $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$, la suite définie par : $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x} dx$.

1) A l'aide d'une intégration par parties, trouver une relation de récurrence entre I_n et I_{n+1} , autrement dit, démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, (2n+5)I_{n+1} = (2n+2)I_n$.

2) Calculer I_0 . (0,5pt)

3) En déduire I_1, I_2 et I_3 .

Exercice3 (11points)

Partie A :

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x-1}{2x+1}$; le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique 2cm). On désigne par (C_f) sa courbe représentative.

1) Etudier les variations de f , construire (C_f) et ses asymptotes éventuelles.

2) On donne la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \left| \frac{2x-1}{2x+1} \right|$. On désigne par (C_g) sa courbe représentative.

a) Déduire et construire (C_g) à partir de (C_f) .

b) Utiliser (C_g) pour dresser le tableau de variation de g .

3) On donne la fonction h de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $h(x) = \ln \left| \frac{2x-1}{2x+1} \right|$. On désigne par (C_h) sa courbe représentative.

a) Etudier la parité de h .

b) Etudier les variations de h (on pourra utiliser les variations de g).

c) Construire (C_h) et ses asymptotes éventuelles.

4) On donne la fonction H de $\left] -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right[$ vers $\mathbb{R}$ définie par

$$H(x) = x \ln \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right) - \frac{1}{2} \ln[(1-2x)(1+2x)].$$

a) Démontrer que H est une primitive de h sur $\left] -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right[$

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}(\alpha)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C_h) et les droites d'équations $x = 0, x = \alpha$ et $x = \frac{1}{2}$ ($\alpha \in \left] 0; \frac{1}{2} \right[$)

c) Calculer $\lim_{\alpha \rightarrow \frac{1}{2}^-} \mathcal{A}(\alpha)$

Partie B :

On donne la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul par $u_n = \ln\left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)$

- 1) Calculons u_1 ; u_2
- 2) Calculer la limite de u_n
- 3) (S_n) la suite définie par $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$
 - a) Calculons S_n en fonction de n .
 - b) En déduire la limite de S_n

Partie C :

A tout nombre complexe z différent de $-\frac{1}{2}$, on associe le nombre complexe Z définie par $Z = \frac{2z-1}{2z+1}$

On pose $z = x + iy$ et $Z = X + iY$ (avec x, y, X, Y des nombres réels)

- 1) Exprimer X et Y en fonction de x et y .
- 2)
 - a) Déterminer l'ensemble E des nombres complexes tels que Z soit réel.
 - b) Déterminer l'ensemble E des nombres complexes tels que Z soit imaginaire pur.